COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SÉANCE DU LUNDI 28 JUILLET 1873.

PRÉSIDENCE DE M. DE QUATREFAGES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

« M. Chevreul, après lecture des Observations de M. le Dr Bouillaud, insérées dans le *Compte rendu* de la séance précédente, a la certitude de n'avoir point été compris. Dès lors, il se trouve dans la nécessité d'une Communication nouvelle, espérant, cette fois, qu'il sera assez clair pour que sa pensée soit comprise de tous.

» Il se bornera aujourd'hui à répéter qu'il n'a jamais combattu l'opinion de M. Flourens sur la fonction qu'il attribue au cervelet; il s'est borné à dire que M. Flourens *ne l'a point prouvée par ses expériences*, puisqu'il n'en a fait aucune pour démontrer que l'*induction* déduite de l'ablation du cervelet était *exacte*.

» Cependant des expériences de contrôle étaient d'autant plus nécessaires que ses expériences ultérieures sur l'ablation des canaux semi-circulaires de l'oreille avaient plus d'analogie avec les précédentes.

» Voilà une *première remarque concernant la méthode*.

» Une seconde concerne *la grammaire*, c'est l'emploi du mot *détermine*, lorsque le phénomène qui se manifeste dépend en définitive de l'*absence* de l'organe enlevé auquel le mot *détermine* est appliqué par Flourens.

» M. Chevreul, dans une prochaine Communication, reviendra sur cet

objet, et, en exposant nettement comment il conçoit l'application de la *méthode* A POSTERIORI *expérimentale* aux faits scientifiques, il donnera de nouveaux développements à la question qu'il a traitée déjà dans les remarques que lui ont suggérées la Communication faite par M. le Dr Bouillaud dans la séance du 7 de juillet. Il examinera l'influence de la pensée dans l'interprétation de plusieurs *faits* du monde extérieur, recueillis par l'intermédiaire de nos sens, et, dans cette circonstance encore, il aura recours à la *méthode* A POSTERIORI *expérimentale;* il pense qu'il mettra ainsi à la portée de tous comment il arrive que, dans le monde, il est si ordinaire de *confondre* un *fait* avec l'interprétation qu'il a suggérée. »

ANALYSE. — *Sur la fonction exponentielle;* par M. **Hermite**.

» VIII. Dans ce cas facile, où l'on a simplement

$$f(z) = z(z-1),$$

je partirai, en supposant

$$\Theta(z) = xf^{m+1}(z) + (m+1)f^m(z)f'(z),$$

de l'identité suivante :

$$\begin{aligned}\frac{d[e^{-zx}\Theta(z)]}{dz} &= e^{-zx}[\Theta'(z) - x\Theta(z)]\\ &= e^{-zx}[-x^2f^{m+1}(z) + (m+1)f^m(z)f''(z) + m(m+1)f^{m-1}f'^2(z)],\end{aligned}$$

et j'observerai que

$$f'^2(z) = 4z^2 - 4z + 1 = 4f(z) + 1, \quad f''(z) = 2,$$

ce qui permet de l'écrire ainsi :

$$\frac{d[e^{-zx}\Theta(z)]}{dx} = e^{-zx}[-x^2f^{m+1}(z) + (2m+1)(2m+2)f^m(z) + m(m+1)f^{m-1}(z)].$$

Nous aurons donc, en intégrant,

$$\begin{aligned}e^{-zx}\Theta(z) = -x^2\int e^{-zx}f^{m+1}(z)\,dz + (2m+1)(2m+2)\int e^{-zx}f^m(z)\,dz\\ + m(m+1)\int e^{-zx}f^{m-1}(z)\,dz,\end{aligned}$$

et ensuite, si nous prenons pour limites $z=0$ et $z=1$,

$$\begin{aligned}x^2\int_0^1 e^{-zx}f^{m+1}(z)\,dz = (2m+1)(2m+2)\int_0^1 e^{-zx}f^m(z)\,dz\\ + m(m+1)\int_0^1 e^{-zx}f^{m-1}(z)\,dz.\end{aligned}$$

Soit maintenant

$$\varepsilon_m = \frac{x^{2m+1}e^x}{1.2\ldots m}\int_0^1 e^{-2zx}z^m(z-1)^m\,dz,$$

et cette relation deviendra

$$\varepsilon_{m+1} = (4m+2)\varepsilon_m + x^2\varepsilon_{m-1}.$$

C'est le résultat auquel nous voulions parvenir; en y supposant successivement $m = 1, 2, 3, \ldots$, les équations qu'on en tire

$$\begin{aligned}
\varepsilon_2 &= \ \ 6\varepsilon_1 + x^2\varepsilon_0,\\
\varepsilon_3 &= 10\varepsilon_2 + x^2\varepsilon_1,\\
\varepsilon_4 &= 14\varepsilon_3 + x^2\varepsilon_2,\\
&\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

donnent aisément la fraction continue

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} = -\cfrac{x^2}{6+\cfrac{x^2}{10+\cfrac{x^2}{14}+\ldots}},$$

et il suffit d'employer les valeurs

$$\varepsilon_0 = xe^x\int_0^1 e^{-2zx}dz = e^x - 1,$$

$$\varepsilon_1 = x^3e^x\int_0^1 e^{-2zx}z(z-1)dz = e^x(2-x) - 2 - x,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} = 2 - \frac{e^x+1}{e^x-1}x,$$

pour retrouver, sauf le changement de x en $\frac{x}{2}$, le résultat de Lambert (*)

$$\frac{e^x-1}{e^x+1} = \cfrac{x}{2+\cfrac{x^2}{6+\cfrac{x^2}{10+\cfrac{x^2}{14}+\ldots}}}$$

(*) Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, année 1761, p. 265). *Voir* aussi la Note IV des *Éléments de Géométrie*, de Legendre, p. 288.

» En abordant maintenant le cas général et me proposant d'obtenir, à l'égard des intégrales définies

$$\int_0^a e^{-z} f^m(z)\,dz, \quad \int_0^b e^{-z} f^m(z)\,dz, \ldots, \quad \int_0^h e^{-z} f^m(z)\,dz,$$

un algorithme qui permette de les calculer de proche en proche, pour toutes les valeurs du nombre entier m, j'introduirai, afin de rendre les calculs plus symétriques, les modifications suivantes dans les notations précédemment admises. Je ferai

$$f(z) = (z - z_0)(z - z_1)\ldots(z - z_n),$$

au lieu de

$$f(z) = z(z - a)(z - b)\ldots(z - h),$$

de manière à considérer le polynôme le plus général de degré $n + 1$; désignant ensuite par Z l'une quelconque des quantités $z_1, z_2, \ldots, z_n$, je raisonnerai sur l'intégrale

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^m(z)\,dz,$$

qui donnera évidemment toutes celles que nous avons en vue, en faisant $z_0 = 0$. Cela étant, voici la remarque qui m'a ouvert la voie et conduit à la méthode que je vais exposer.

» IX. En intégrant les deux membres de la relation identique

$$\frac{d[e^{-z} f^m(z)]}{dz} = e^{-z}[m f^{m-1}(z) f'(z) - f^m(z)],$$

on obtient

$$e^{-z} f^m(z) = m \int e^{-z} f^{m-1}(z) f'(z)\,dz - \int e^{-z} f^m(z)\,dz,$$

et, par conséquent,

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^m(z)\,dz = m \int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^{m-1}(z) f'(z)\,dz,$$

ou encore

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^m(z)\,dz = m \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0}\,dz + m \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1}\,dz + \ldots + m \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n}\,dz,$$

d'après la formule

$$\frac{f'(z)}{f(z)} = \frac{1}{z - z_0} + \frac{1}{z - z_1} + \ldots + \frac{1}{z - z_n}.$$

» Or ce sont ces nouvelles intégrales

$$\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0}\, dz, \quad \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1}\, dz, \ldots, \quad \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n}\, dz,$$

qui donnent lieu à un système de relations récurrentes de la forme

$$\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^{m+1}(z)}{z - z_0}\, dz = (00) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0}\, dz + (01) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1}\, dz + \ldots + (0n) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n}\, dz,$$

$$\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^{m+1}(z)}{z - z_1}\, dz = (10) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0}\, dz + (11) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1}\, dz + \ldots + (1n) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n}\, dz,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^{m+1}(z)}{z - z_n}\, dz = (n0) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0}\, dz + (n1) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1}\, dz + \ldots + (nn) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n}\, dz,$$

où les coefficients (ik), ainsi que leur déterminant, s'obtiennent d'une manière facile, comme nous verrons.

» C'est donc en opérant sur les éléments au nombre de $n+1$, dans lesquels a été décomposée l'intégrale $\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^m(z)\, dz$, que nous parvenons à sa détermination, au lieu de chercher, comme une analogie naturelle aurait paru l'indiquer, une expression linéaire de $\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^{m+n+1}(z)\, dz$, au moyen de

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^m(z)\, dz, \quad \int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^{m+1}(z)\, dz, \ldots, \quad \int_{z_0}^{Z} e^{-z} f^{m+n}(z)\, dz.$$

» Mais, soit d'une manière plus générale, pour des valeurs entières quelconques des exposants,

$$F(z) = (z - z_0)^{\mu_0} (z - z_1)^{\mu_1} \ldots (z - z_n)^{\mu_n};$$

en intégrant les deux membres de l'identité

$$\frac{d[e^{-z} F(z)]}{dz} = e^{-z} [F'(z) - F(z)],$$

on aura

$$e^{-z}F(z) = \int e^{-z}F'(z)\,dz - \int e^{-z}F(z)\,dz,$$

d'où,

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z}F(z)\,dz = \int_{z_0}^{Z} e^{-z}F'(z)\,dz.$$

» Maintenant, la formule

$$\frac{F'(z)}{F(z)} = \frac{\mu_0}{z - z_0} + \frac{\mu_1}{z - z_1} + \ldots + \frac{\mu_n}{z - z_n}$$

donne la décomposition suivante :

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z}F(z)\,dz = \mu_0 \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z}F(z)\,dz}{z - z_0} + \mu_1 \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z}F(z)\,dz}{z - z_1} + \ldots + \mu_n \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z}F(z)\,dz}{z - z_n},$$

qui conduira pareillement au calcul des divers termes de la suite

$$\int_{z_0}^{Z} e^{-z}F(z)\,dz, \quad \int_{z_0}^{Z} e^{-z}F(z)f(z)\,dz, \ldots, \quad \int_{z_0}^{Z} e^{-z}F(z)f^k(z)\,dz;$$

effectivement, les éléments de décomposition de l'un quelconque d'entre eux s'expriment en fonction linéaire des quantités semblables qui se rapportent au terme précédent, ainsi qu'on va le montrer.

» X. J'établirai pour cela qu'on peut toujours déterminer deux polynômes entiers de degré n, $\Theta(z)$ et $\Theta_1(z)$, tels qu'on ait, en désignant par ζ l'une des racines $z_0, z_1, \ldots, z_n$, la relation suivante :

$$\int \frac{e^{-z}F(z)f(z)}{z - \zeta}\,dz = \int \frac{e^{-z}F(z)\Theta_1(z)}{f(z)}\,dz - e^{-z}F(z)\Theta(z).$$

» En effet, si, après avoir différentié les deux membres, nous multiplions par le facteur $\frac{f(z)}{F(z)}$, il vient

$$\frac{f(z)}{z - \zeta} f(z) = \Theta_1(z) + \left[1 - \frac{F'(z)}{F(z)}\right] f(z)\Theta(z) - f(z)\Theta'(z).$$

Or $f(z)$ étant divisible par $z - \zeta$, le premier membre de cette égalité est un polynôme entier de degré $2n + 1$; le second est du même degré, d'après la supposition admise à l'égard de $\Theta(z)$ et $\Theta_1(z)$, et, puisque chacun de ces polynômes renferme ainsi $n + 1$ coefficients indéterminés, on a bien le nombre nécessaire égal à $2n + 2$ de constantes arbitraires pour effectuer l'identification. Ce point établi, j'observe qu'en supposant $z = z_i$, la

fraction rationnelle $\frac{F'(z)f(z)}{F(z)}$ a pour valeur $\mu_i f'(z_i)$; on a, par conséquent, ces conditions

$$\Theta_1(z_0) = \mu_0 f'(z_0)\Theta(z_0),$$
$$\Theta_1(z_1) = \mu_1 f'(z_1)\Theta(z_1),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots,$$
$$\Theta_1(z_n) = \mu_n f'(z_n)\Theta(z_n),$$

qui permettent, par la formule d'interpolation, de calculer immédiatement $\Theta_1(z)$, lorsque $\Theta(z)$ sera connu. Nous avons de cette manière, en effet, l'expression suivante :

$$\frac{\Theta_1(z)}{f(z)} = \frac{\mu_0\Theta(z_0)}{z-z_0} + \frac{\mu_1\Theta(z_1)}{z-z_1} + \dots + \frac{\mu_n\Theta(z_n)}{z-z_n},$$

dont nous ferons bientôt usage. Pour obtenir maintenant $\Theta(z)$, je reprends la relation proposée, en divisant les deux membres par $f(z)$, ce qui donne

$$\frac{f(z)}{z-\zeta} = \frac{\Theta_1(z)}{f(z)} + \left[1 - \frac{F'(z)}{F(z)}\right]\Theta(z) - \Theta'(z),$$

et je remarque que, la fraction $\frac{\Theta_1(z)}{f(z)}$ n'ayant pas de partie entière, on est amené à cette conséquence, que le polynôme cherché doit être tel que la partie entière de l'expression

$$\left[1 - \frac{F'(z)}{F(z)}\right]\Theta(z) - \Theta'(z)$$

soit égale au quotient $\frac{f(z)}{z-\zeta}$. C'est ce qui conduit aisément à la détermination de $\Theta(z)$. Soit d'abord, à cet effet,

$$f(z) = z^{n+1} + p_1 z^n + p_2 z^{n-1} + \dots + p_{n+1},$$

ce qui donnera

$$\frac{f(z)}{z-\zeta} = z^n + \zeta \left| \begin{matrix} z^{n-1} + \zeta^2 \\ + p_1\zeta \\ + p_2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} z^{n-2} + \dots + \zeta^n \\ + p_1\zeta^{n-1} \\ + p_2\zeta^{n-2} \\ \vdots \\ + p_n, \end{matrix}$$
$$\qquad\qquad + p_1$$

ou plutôt

$$\frac{f(z)}{z-\zeta} = z^n + \zeta_1 z^{n-1} + \zeta_2 z^{n-2} + \dots + \zeta_n,$$

en écrivant, pour abréger,

$$\zeta_i = \zeta^i + p_1\zeta^{i-1} + p_2\zeta^{i-2} + \ldots + p_i.$$

Soit encore

$$\Theta(z) = \alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \alpha_2 z^{n-2} + \ldots + \alpha_n,$$

et développons la fonction $\frac{F'(z)}{F(z)}$ suivant les puissances descendantes de la variable, afin d'obtenir la partie entière du produit $\frac{F'(z)}{F(z)}\Theta(z)$. Il viendra ainsi, en posant

$$s_i = \mu_0 z_0^i + \mu_1 z_1^i + \mu_2 z_2^i + \ldots + \mu_n z_n^i,$$

$$\frac{F'(z)}{F(z)} = \frac{s_0}{z} + \frac{s_1}{z^2} + \frac{s_2}{z^3} + \ldots,$$

et, par conséquent,

$$\frac{F'(z)}{F(z)}\Theta(z) = \alpha_0 s_0 z^{n-1} + \left.\begin{matrix}\alpha_1 s_0 \\ + \alpha_0 s_1\end{matrix}\right| z^{n-2} + \left.\begin{matrix}\alpha_2 s_0 \\ + \alpha_1 s_1 \\ + \alpha_0 s_2\end{matrix}\right| z^{n-3} + \ldots .$$

Les équations en $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$, auxquelles nous sommes amené par l'identification, sont donc

$$\begin{aligned}
1 &= \alpha_0, \\
\zeta_1 &= \alpha_1 - \alpha_0(s_0 + n), \\
\zeta_2 &= \alpha_2 - \alpha_1(s_0 + n - 1) - \alpha_0 s_1, \\
\zeta_3 &= \alpha_3 - \alpha_2(s_0 + n - 2) - \alpha_1 s_1 - \alpha_0 s_2, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

» Elles donnent

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= 1, \\
\alpha_1 &= \zeta_1 + s_0 + n, \\
\alpha_2 &= \zeta_2 + (s_0 + n - 1)\zeta_1 + (s_0 + n)(s_0 + n - 1) + s_1, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}$$

et montrent que $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ sont des polynômes en ζ ayant pour coefficients des fonctions entières et à coefficients entiers de $s_0, s_1, s_2, \ldots$ et par suite des racines $z_0, z_1, \ldots z_n$. On voit de plus que α_i est un polynôme de degré i dans lequel le coefficient de ζ^i est égal à l'unité; ainsi, en posant pour plus de clarté

$$\alpha_i = \theta_i(\zeta),$$

et écrivant désormais $\Theta(z, \zeta)$ au lieu de $\Theta(z)$, afin de mettre ζ en évidence, nous aurons

$$\Theta(z, \zeta) = z^n + \theta_1(\zeta) z^{n-2} + \theta_2(\zeta) z^{n-3} + \ldots + \theta_n(\zeta).$$

De là résulte, pour le polynôme $\Theta_1(z)$, la formule

$$\frac{\Theta_1(z)}{f(z)} = \frac{\mu_0 \Theta(z_0, \zeta)}{z - z_0} + \frac{\mu_1 \Theta(z_1, \zeta)}{z - z_1} + \ldots + \frac{\mu_n \Theta(z_n, \zeta)}{z - z_n};$$

et l'on en tire immédiatement le résultat que nous nous sommes proposé d'obtenir. Il suffit en effet de prendre les intégrales entre les limites z_0 et Z dans la relation

$$\int \frac{e^{-z} F(z) f(z)}{z - \zeta} dz = \int \frac{e^{-z} F(z) \Theta_1(z)}{f(z)} dz - e^{-z} F(z) \Theta(z),$$

ce qui donne

$$\begin{aligned}
\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} F(z) f(z)}{z - \zeta} dz &= \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} F(z) \Theta_1(z)}{f(z)} dz \\
&= \mu_0 \Theta(z_0, \zeta) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} F(z)}{z - z_0} dz, \\
&+ \mu_1 \Theta(z_1, \zeta) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} F(z)}{z - z_1} dz, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ \mu_n \Theta(z_n, \zeta) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} F(z)}{z - z_n} dz.
\end{aligned}$$

» C'est surtout dans le cas où l'on suppose

$$\mu_0 = \mu_1 = \ldots = \mu_n = m,$$

que nous ferons usage de cette équation ; si l'on fait alors

$$m\Theta(z_i, z_k) = (ik)$$

et qu'on prenne ζ successivement égal à $z_0, z_1, \ldots, z_n$, on en conclut, comme on voit, les relations précédemment énoncées qui résultent de celle-ci

$$\int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^{m+1}(z)}{z - z_i} dz = (i0) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_0} dz + (i1) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_1} dz + \ldots + (in) \int_{z_0}^{Z} \frac{e^{-z} f^m(z)}{z - z_n} dz,$$

pour $i = 0, 1, 2, \ldots, n$. Je resterai encore cependant dans le cas général pour établir une nouvelle proposition. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Examen d'un essai de théorie de la poussée des terres contre les murs destinés à les soutenir;* par M. DE SAINT-VENANT.

« 1. M. le chef de bataillon du Génie Curie, dans une Note insérée au *Compte rendu* de la séance du 30 juin 1873, sous le titre : *Sur le désaccord entre l'ancienne théorie de la poussée des terres et l'expérience*, et dans une autre Note, du 14 juillet, intitulée : *Nouvelles expériences relatives à cette théorie* (1), est revenu sur les objections qu'il avait élevées, dans une Communication antérieure (27 mars 1871) (2), à la fois contre la théorie connue de Coulomb, fondée sur une hypothèse de rupture plane des massifs, développée, comme on sait, par Prony, Français, Ardant, etc., et surtout par Poncelet (3), et contre la théorie dite *rationnelle*, fondée sans cette hypothèse; théorie qui est celle d'un Mémoire de 1867-1869 de M. Levy, approuvée par l'Académie le 7 février 1870 (4).

» M. Curie attaque même à cette occasion, comme inapplicables ou nullement généraux, les théorèmes connus de Cauchy, établissant des relations entre les pressions qui s'exercent à travers les divers plans se coupant en un même point de l'intérieur de toute masse solide ou fluide.

» En même temps il donne comme seules vraies et seules d'accord avec l'expérience les considérations et assertions qu'il qualifie de théorie nouvelle de la poussée des terres, exposées dans un Mémoire présenté en 1868 à l'Académie (5), après l'avoir été en 1869 au Comité des fortifications, et dont il a fait le sujet d'un livre publié par lui en 1870.

» Il m'a semblé utile, pour prévenir l'introduction fâcheuse, dans cette partie de la Mécanique, d'idées fausses présentées avec persistance et appuyées sur une prétendue conformité aux faits, de donner ici les motifs qui ont déterminé une Commission de 1868, dont je suis le seul Membre

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXXVI, p. 1579, et t. LXXVII, p. 142.

(2) *Comptes rendus*, t. LXXII, p. 366.

(3) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 13, 1840.

(4) *Voir* le Rapport aux *Comptes rendus*, t. LXX, p. 217, et les divers développements que j'y ai ajoutés (*Comptes rendus*, p. 281, 329, 717, 894), dans la vue de généraliser les résultats et de bien faire voir que les formules démontrées, qui donnent une solution analytique exacte de la question dans une série de cas particuliers, offrent des solutions approchées, et toutes dans le sens de la sécurité, pour tous les autres cas d'un mur à paroi plane postérieure et d'un talus supérieur plan, où l'équation différentielle générale non linéaire du problème, établie par M. Levy, ne peut être intégrée analytiquement.

(5) *Comptes rendus*, 21 décembre 1868, t. LXVII, p. 1216.

subsistant, à refuser son approbation au Mémoire cité de M. Curie, et à n'en point faire l'objet d'un Rapport à l'Académie.

» 2. J'observerai d'abord que M. Levy n'a pas été le seul qui ait professé les principes si explicitement repoussés par M. Curie. M. Levy dit en avoir puisé la première idée (1) dans le *Traité de la stabilité des constructions*, publié en 1857, à Brunswick, par le Dr Scheffler (qui n'en a fait l'application qu'au cas le plus simple) (2). Déjà en 1856, l'éminent et regretté Macquorn Rankine (3), dont M. Levy n'avait pas connu le Mémoire, avait eu et appliqué d'une manière plus étendue la même idée et était arrivé à la plus grande partie des formules nouvelles, mais en s'appuyant comme M. Scheffler sur un principe obscur et contestable, dit *de moindre résistance*, dont M. Levy s'est passé en considérant directement comme Coulomb l'*équilibre limite* précédant le renversement. M. Considère est arrivé en 1869 de son côté aux mêmes formules propres à la pratique (4), qu'un autre jeune ingénieur des Ponts et Chaussées a démontrées récemment d'une manière encore plus simple (5). Enfin M. Curie cite un Ouvrage publié en 1872, à Vienne, par M. Winckler, qui arrive, dit-il, à une théorie semblable.

» Et il faut remarquer que ces auteurs, hors M. Levy, n'invoquent point les théorèmes de Statique interne donnés par Cauchy en 1823-1827. Tous les autres arrivent directement aux mêmes conséquences en se livrant aux mêmes considérations que l'illustre analyste sur l'équilibre de divers éléments, en forme de prisme triangulaire surtout; considérations simples et aussi incontestablement applicables aux masses pulvérulentes, sableuses même, qu'aux corps tout à fait solides ou fluides, si, ce qui est permis, les dimensions de ces éléments sont prises telles qu'elles contiennent un nombre suffisant de grains juxtaposés.

» 3. Observons ensuite, en général, que la concordance, fût-elle bien

---

(1) *Comptes rendus*, 21 juin 1869, t. LXVIII, p. 1161.

(2) *Voir* la traduction de Scheffler par M. Fournié, 1864, livre III, aux §§ 67, 68, 69, où l'auteur considère un massif de terre arrasé de niveau et supposé presser *sans frottement* une paroi verticale, cas simple où son analyse donne le même résultat que la théorie de Coulomb.

(3) *On stability of loose Earth;* Mémoire lu en juin 1856 à la Société royale, et *A Manual of applied Mechanics*, 1861, du même M. Rankine.

(4) *Annales des Ponts et Chaussées;* juin 1870, p. 547.

(5) *Note sur la poussée des terres*, par M. Flamant; mêmes *Annales*, novembre 1870.

avérée, d'un certain nombre de faits d'équilibre ou de mouvement avec les résultats d'une théorie qu'on propose ne suffisent point pour qu'elle soit exacte, ou pour qu'avec son aide on puisse espérer prévoir les faits non observés du même genre et en calculer d'avance les circonstances. Tout au plus peut-elle fournir des formules empiriques d'une application bornée. Il lui faut, pour s'étendre plus loin, pour représenter une loi, d'autres conditions, et, avant tout, qu'elle ne soit pas en contradiction flagrante avec les principes fondamentaux de la Mécanique, qui ont, certes, les faits aussi pour eux, ni avec la règle logique qui interdit de retrancher arbitrairement d'une quantité une de ses parties tout aussi capable que les autres d'influer sur le résultat qu'on veut apprendre à prévoir.

» Quoique de pareils préceptes n'aient pas besoin de preuves, il convient de citer un exemple remarquable de leur violation, qui, sans nous faire sortir de notre sujet, nous conduira à mieux faire apercevoir l'erreur de la *théorie nouvelle* présentée par M. Curie.

» On sait qu'avant le Mémoire de 1773, de Coulomb, lorsqu'on voulait évaluer la poussée exercée contre la paroi postérieure supposée verticale d'un mur, on ne tenait aucun compte du frottement que doit éprouver la face inférieure et oblique d'un prisme qui se détacherait du massif de terre en glissant contre la partie de ce massif restée immobile en dessous. Le calcul donnait la même poussée que si la terre eût été un liquide ayant sa densité. Comme on était ainsi conduit, en adoptant, en outre, $\frac{2}{3}$ pour le rapport de la densité de la terre à celle de la maçonnerie, et en plaçant le point d'application de la poussée au tiers de la hauteur du mur de soutènement, à donner à ce mur, pour qu'il ne soit pas renversé par rotation, une épaisseur de *moitié* de sa hauteur (1), quelques ingénieurs, qui jugeaient, d'après leur expérience, ce résultat trop élevé, tentèrent de l'atténuer théoriquement.

---

(1) Plus exactement, d'après ce calcul, les 0,47 de la hauteur; car, b étant la base et h la hauteur du mur, ϖ et Π les poids de l'unité de volume de la terre et de la maçonnerie, on avait $\frac{1}{2}\varpi h^2$ pour la poussée par unité de longueur du mur, $\frac{1}{3}h$ pour le bras de levier supposé de cette force; d'où, pour l'équilibre de rotation du mur autour de l'arête antérieure de sa base, l'équation de moments $\Pi bh\frac{b}{2}=\frac{\varpi h^2}{2}\frac{h}{3}$, ce qui donne

$$b^2=\frac{h^2}{3}\frac{\varpi}{\Pi}=\frac{2h^2}{9},\qquad b'=\frac{h}{3}\sqrt{2}=0,4714\,h.$$

» A cet effet, ils décomposèrent le poids du prisme de terre en deux autres forces, l'une normale et l'autre parallèle à son plan incliné de glissement; puis, à son tour, la composante parallèle en deux nouvelles forces, l'une verticale, l'autre horizontale ou perpendiculaire au mur; *et ils regardèrent cette dernière composante comme constituant uniquement la poussée.*

» La fameuse règle, d'après laquelle on donne souvent aux murs une épaisseur égale *au tiers* de la hauteur du massif, arrasé horizontalement, qu'ils ont à soutenir, n'a pas eu, comme m'a dit Poncelet, d'autre origine (1).

» Il est possible que cette règle du tiers ait rendu, en tant qu'empirique, des services dans les constructions civiles où il n'y a à soutenir que des massifs d'une hauteur médiocre, et qu'elle ait ainsi fourni des résultats

---

(1) Quoique je n'aie pas sous les yeux le Mémoire des tomes V et VI des anciens Mémoires de l'Académie de Dijon où un ingénieur, du reste illustre, a proposé il y a un siècle cette prétendue théorie, je puis rendre son raisonnement à peu près ainsi :

Soit, outre les notations de la Note précédente, τ l'angle, fait avec la paroi verticale du mur par la face inclinée le long de laquelle glisserait le prisme lors de la rupture de l'équilibre, on aura

$$\frac{1}{2}\varpi h^2 \tang\tau$$

pour le poids de ce prisme;

$$\frac{1}{2}\varpi h^2 \tang\tau \cos\tau$$

pour la composante ou projection de ce poids dans une direction parallèle à la face de glissement; enfin

$$\frac{1}{2}\varpi h^2 \tang\tau \cos\tau \sin\tau = \frac{1}{2}\varpi h^2 \sin^2\tau$$

pour la composante ou projection horizontale de cette composante, ou pour ce qu'on regardait comme mesurant la poussée contre le mur.

Or en lui attribuant, comme ci-dessus, un bras de levier $= \frac{1}{3}h$, l'équilibre de relation du mur autour de l'arête antérieure de son pied donne l'équation

$$\Pi bh\frac{b}{2} = \frac{\varpi h^2}{2}\sin^2\tau\,\frac{h}{3};\quad b^2 = \frac{1}{3}h^2\sin^2\tau\,\frac{\varpi}{\Pi},$$

d'où, en faisant $\frac{\varpi}{\Pi} = \frac{2}{3}$, $\tau = 45$ degrés (car on supposait, dans ce temps, que le prisme glisserait suivant le talus de terre coulante),

$$b = \frac{1}{3}h,$$

ou la règle du tiers de la hauteur.

conformes à l'expérience des constructeurs exercés. Mais le raisonnement qui sert à l'établir n'est toujours qu'un paralogisme inexcusable, une faute contre la Statique élémentaire, même si l'on admet la supposition, sur laquelle elle se fonde, que le glissement des terres s'opère sans frottement capable d'influer; en sorte que c'est avec raison que l'on a rejeté depuis longtemps cette règle comme théorique et générale.

» C'est effectivement à tort qu'après la seconde décomposition de forces on néglige ou supprime l'une des deux composantes ainsi obtenues, savoir celle qui est verticale ou perpendiculaire au mur; car une force agissant sur un coin, tel que le prisme de terre considéré, peut très-bien, même si elle est parallèle à une de ses faces, donner, dans l'équation de son équilibre, une composante perpendiculaire à cette même face. Il n'y a, pour cela, qu'à la décomposer suivant les deux directions perpendiculaires, respectivement à celle-ci et à l'autre face, comme on fait pour établir l'équilibre d'un coin quand on abstrait les frottements. Or, en ajoutant la composante perpendiculaire au mur, ainsi obtenue, à celle de même direction qu'une première décomposition avait produite, on trouve pour somme, comme évidemment cela doit être, précisément ce qu'obtenaient les premiers ingénieurs en décomposant directement le poids du prisme ou *coin* de terre en deux forces respectivement perpendiculaires à ses deux faces : c'est-à-dire qu'on obtient, quel que soit l'angle pris pour celui du plan de glissement, la même poussée que si la terre était un liquide (1).

---

(1) En effet, la composante parallèle au plan de glissement a été trouvée tout à l'heure d'une intensité $\frac{1}{2}\varpi h^2 \tang\tau \cos\tau = \frac{1}{2}\varpi h^2 \sin\tau$. Si on la décompose en deux forces, l'une horizontale, l'autre verticale, celle-là est $\frac{1}{2}\varpi h^2 \sin^2\tau$ comme on a dit; celle-ci est $\frac{1}{2}\varpi h^2 \sin\tau\cos\tau$. En décomposant cette dernière en deux autres, l'une perpendiculaire au plan de glissement, l'autre horizontale ou perpendiculaire au mur, celle-ci est $\frac{\varpi h^2}{2}\sin\tau\cos\tau\frac{1}{\tang\tau} = \frac{\varpi h^2}{2}\cos^2\tau$.

En l'ajoutant à la composante, de même direction, $\frac{1}{2}\varpi h^2 \sin^2\tau$ déjà obtenue, on a pour la poussée totale, *quel que soit l'angle* τ du glissement supposé s'opérer sans frottement,

$$\frac{1}{2}\varpi h^2;$$

ou ce qu'on a en décomposant de suite tout le poids $\frac{1}{2}\varpi h^2 \tang\tau$ du prisme suivant cette direction et suivant une perpendiculaire à son autre face; c'est-à-dire qu'on a ce qui résulterait de la fluidification du massif de terre.

» 4. Or, c'est précisément une faute de ce genre que commet M. Curie, bien qu'il tienne compte des frottements, ou qu'il opère, avec raison, des décompositions de forces suivant des directions faisant, avec les normales au plan de glissement et à la face du mur, des angles égaux à ceux des frottements de terre contre terre et de terre contre maçonnerie, au lieu de décomposer, suivant ces normales elles-mêmes, comme on faisait avant Coulomb.

» Elle a été également commise, dans la même année 1859, par un autre officier supérieur de la même arme que M. Curie, dans un Mémoire étendu, présenté au Comité du Génie, avant de l'être, le 21 octobre 1861, à l'Académie, et non reproduit par son auteur qui, sans doute, y a renoncé; et sur lequel le maréchal Vaillant a déposé, le 15 septembre 1862, au nom d'une Commission, un Rapport *désapprobatif*, soigneusement fait, mais non lu, et qu'il a bien voulu me communiquer.

» Voici donc ce que fait M. Curie. Adoptant, avec Coulomb et Poncelet, l'hypothèse de rupture constamment plane des massifs, il partage le prisme de poussée, d'un angle dièdre à déterminer plus tard, en tranches infiniment minces, par des plans parallèles à la face inférieure ou de glissement. Il regarde chacune de ces tranches comme exerçant sur le mur une pression *dans la direction même de leurs plans*, avec une intensité égale à ce qu'on obtient, pour première composante, en décomposant son poids en deux forces, l'une dans cette direction-là, l'autre, suivant une ligne faisant l'angle du frottement avec la normale à ces mêmes plans. C'est cette pression oblique qu'il appelle, pour chaque tranche, *la poussée primitive*. Il la décompose elle-même suivant deux directions, dont l'une est parallèle à la face du mur et dont l'autre fait, avec la normale à cette face, un angle égal à celui du frottement de terre contre maçonnerie. *Il supprime* la première de ces deux composantes (celle qui est parallèle au mur), comme n'ayant, dit-il, d'autre effet que de comprimer les terres du prisme ou comme étant détruite par les réactions de leurs molécules; et il regarde l'autre composante comme *la poussée effective*, seule mise en compte, par lui, dans ses calculs.

» Or, cette suppression de la composante que fournit, dans un sens parallèle au mur, la poussée dite *primitive* de chaque tranche, n'est nullement légitime d'après ce qu'on a dit pour la singulière théorie dont a été tirée la règle du tiers. Décomposée à son tour dans deux directions faisant respectivement, avec le plan de glissement et avec la face du mur, les angles qu'on a dits, la composante que M. Curie supprime fournit, dans la deuxième direction, une nouvelle portion de *poussée effective*. Cette portion, ajoutée à la

force que M. Curie appelle de ce nom, donne pour somme, précisément, ce qu'on a, suivant la même direction (faisant l'angle du frottement avec la normale au mur), lorsqu'on décompose de suite, soit comme a fait Poncelet, le poids total du prisme de poussée, soit celui de chaque tranche, en deux forces, l'une, ayant cette direction-là, l'autre (qui seule peut être abstraite), suivant la direction qui fait un angle analogue avec le plan de glissement.

» C'est cette première composante, dont Poncelet a donné l'expression pour tout le prisme, qui doit être prise pour la poussée réelle, relative à une valeur déterminée quelconque de l'angle de glissement, lorsqu'on adopte l'hypothèse de rupture suivant des faces constamment planes, et qui soient, aussi, supposées toutes parallèles, malgré l'impossibilité, signalée par M. Scheffer, de cet exact parallélisme dans tous les cas.

» Il est vrai que M. Curie ne décompose pas toujours en deux autres cette force, de direction parallèle au plan de glissement, qu'il appelle *la poussée primitive*. Il la conserve dans sa grandeur totale, et aussi dans sa direction, et il la regarde comme donnant immédiatement la poussée *effective*, dans les cas où cette direction, qui est celle des plans de glissement, fait, avec la normale à la face du mur, un angle moindre que l'angle du frottement de terre contre maçonnerie; car, alors, il pense qu'il ne saurait y avoir de glissement de la terre contre cette face.

» Mais c'est corriger partiellement, pour ce cas, une erreur par une autre erreur.

» Il suffit, en effet, de tracer une épure de la coupe d'un mur de soutènement et des couches parallèles de terre qui glisseront les unes sur les autres dès que le mur éprouvera le commencement d'un renversement, susceptible d'être figuré lui-même sur l'épure, pour se convaincre que lorsque le mur cédera ainsi, les mêmes molécules de terre ne pourront pas rester contiguës ou très-voisines de la face pressée de ce mur. Il y aura nécessairement un glissement relatif de la terre, ou contre le mur, ou contre les parcelles de terre qui pourront rester dans ses rugosités. D'où il suit que la poussée effective, qui est à calculer pour le premier instant d'une rupture supposée de l'équilibre, ne peut avoir d'autre direction que celle qui fait, avec la normale à la face postérieure du mur, un angle égal à celui du frottement de terre contre maçonnerie (angle qu'il convient, comme on sait, de prendre le même que celui de terre contre terre, pour peu que le parement du mur soit raboteux).

» D'où il suit bien que si l'on continue d'admettre comme hypothèse,

au moins approchée, que la rupture s'opère suivant des plans, tous sensiblement de même direction dans chaque cas, il faut en revenir à la solution de Poncelet, complétée à quelques égards par M. Saint-Guilhelm, qui consiste à décomposer le poids de tout le prisme de glissement en deux forces faisant les angles de frottement avec la normale au mur et avec la normale à la face (d'abord inconnue) de glissement de la terre, et à prendre la première de ces deux composantes pour la poussée sur le mur (1).

» **5.** Que M. Curie continue donc, avec son esprit d'exactitude et sans prévention, à faire d'intéressantes expériences de mesurages de poussées; qu'il enrichisse de faits nombreux la pratique, et qu'il les représente, s'il le veut, par des formules empiriques, construites n'importe comment; nous y applaudirons.

» Mais qu'il renonce à faire accepter une théorie contraire aux principes les plus simples de la Statique, et à combattre non-seulement celle que Coulomb a fondée en partant d'une hypothèse approximative (dont M. Curie part lui-même), mais aussi les théorèmes de Cauchy rappelés et une théorie récente et rationnelle que l'on commence à enseigner, qui dispense, quand on peut l'appliquer, de la recherche analytique du maximum de la poussée, ainsi que celle du maximum de son moment (que M. Curie y avait substituée avec raison); théorie qui a été approuvée par l'Académie, à la suite d'un mûr examen, après avoir été professée depuis 1857 par les savants ingénieurs dont nous avons cité les noms. »

NAVIGATION. — *Dispositions proposées pour établir un service régulier de navires porte-trains entre Calais et Douvres;* par M. **Dupuy de Lôme.**

« L'amélioration des moyens de passage entre l'Angleterre et la France est une question qui a été l'objet de nombreuses études depuis bien des années. Il est inutile d'insister sur la grandeur du bienfait qu'apporterait une bonne solution de ce problème pour les deux grands peuples séparés par le pas de Calais.

» L'Académie connaît les projets de pont sur le détroit et celui de tunnel en dessous. Il n'entre point dans mes vues d'examiner ici ces projets, ni

(1) Ce qui a pu tromper M. Curie, c'est qu'il a voulu que chaque tranche pressât le mur suivant la ligne menée de son centre de gravité au point milieu de l'élément superficiel suivant lequel elle touche le mur. Or il n'y a de cela aucune nécessité.

d'aborder la question des dépenses qu'on ne peut pas cependant isoler de la question scientifique quand on veut arriver à l'exécution.

» Je me borne, à cet égard, à émettre l'opinion que c'est par l'amélioration des navires et des ports qu'on peut arriver, rapidement et sans le concours financier de l'État, à donner aux communications entre l'Angleterre et la France tout le confortable et toute l'activité qu'on peut désirer.

» La création d'un service de paquebots entre la France et l'Angleterre, établi dans des conditions de bien-être, de rapidité et de sécurité dignes de la grandeur de ces deux nations et de l'état actuel de la science, exige des navires de plus grandes dimensions et de bien plus grandes puissances motrices que ceux employés jusqu'à ce jour pour la traversée du pas de Calais. Il est, en outre, nécessaire que ces paquebots puissent partir et arriver à des heures fixes, indépendantes de la marée.

» Les dépenses auxquelles on est conduit pour satisfaire à ces conditions sont déjà telles, que l'établissement d'un pareil service, sans subvention des gouvernements, n'est possible qu'en ajoutant aux recettes provenant des passagers un supplément considérable par le transport des marchandises.

» Ce transport des marchandises serait lui-même incompatible avec l'usage économique de grands paquebots rapides, exigeant la multiplicité des voyages d'un même navire dans une journée, s'il fallait opérer l'embarquement ou le débarquement des colis par petits groupes isolés.

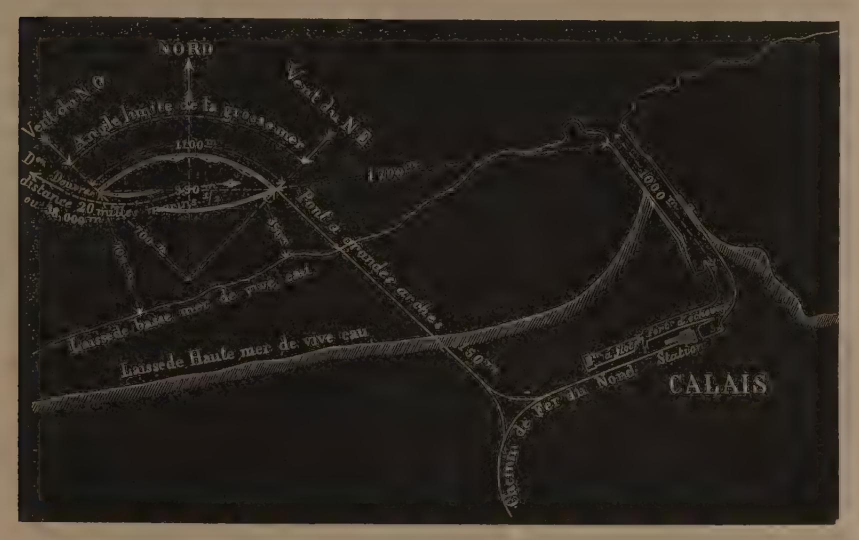
» La solution complète du problème se trouve heureusement dans la possibilité de transporter sur ces grands navires des trains entiers composés des wagons roulant sur les chemins de fer de France et d'Angleterre.

» En outre, les voyageurs ne laisseront pas que de trouver, dans l'embarquement commode et rapide des trains, des avantages qu'apprécieront ceux qui ont eu à s'embarquer ou à débarquer avec leurs familles par des nuits froides et pluviales en passant sur ces planches vacillantes servant de communication entre le quai et le paquebot.

» Du côté de l'Angleterre, le port de Douvres, que le gouvernement anglais améliore encore par le prolongement apporté chaque année à la grande jetée dite *Jetée de l'Amirauté*, présente déjà des profondeurs suffisantes pour recevoir les plus grands bâtiments. Vers l'extrémité de cette jetée, il y a maintenant 40 pieds d'eau à marée basse. La *Commission des cinq ports* est, en outre, toute disposée à faire les travaux nécessaires pour approprier tout à fait le port de Douvres à l'embarquement et au débarquement des trains.

» Du côté de la France, dans la région de notre littoral, à portée de Douvres, il n'existe aucun port capable de se prêter, dans l'état actuel, à un service régulier de grands paquebots partant à des heures fixes.

» J'ai recherché, conjointement avec un ingénieur anglais, M. Scott Russel, que je me suis associé dans cette étude d'un intérêt éminemment international, les moyens de créer sur notre littoral de la Manche un port approprié au service de navires porte-trains reliant les chemins de fer de l'Angleterre à ceux du continent.



Gare maritime à Calais.

» La localité de Calais nous a paru celle qui se prête le mieux aux conditions générales d'une pareille création; mais, pour y obtenir la profondeur d'eau, il fallait renoncer à l'emploi des jetées pleines, sensiblement normales à la direction du rivage et entre lesquelles on creuse un chenal jusqu'à trouver au large la profondeur d'eau voulue.

» Sur cette côte, le long de laquelle les mouvements de la mer opèrent une translation continue du sable, tout obstacle apporté au courant parallèle au rivage change sa configuration d'équilibre, et la nouvelle laisse de basse mer recule bientôt vers le large jusqu'à l'embouchure des jetées.

» Le port, spécial à notre service projeté de navire porte-trains, est donc conçu de façon, non-seulement à ne pas gêner le courant de flot et de jusant, mais, au contraire, à en accroître l'intensité le long du rivage.

» A cet effet, notre port, que nous appellerons notre *gare maritime*, est contenu dans un petit îlot oblong ayant son grand axe légèrement oblique à la direction du rivage, de manière que le chenal, laissé entre l'îlot et la terre, ait son ouverture la plus grande se présentant au courant de flot.

» La forme de cet îlot résulte de la juxtaposition de deux arcs de cercle accolés par leur corde commune d'une longueur de 990 mètres. Cette corde est dirigée suivant une ligne est et ouest ; la largeur totale de l'îlot est de 320 mètres. Il est établi à l'ouest des jetées du port de Calais avec sa pointe la plus rapprochée à 1700 mètres de leur extrémité.

» Le côté de l'îlot opposé à la mer du large est entièrement fermé par une forte jetée en maçonnerie, et le côté de terre par une seconde jetée également pleine, mais de bien moindre importance, et dans laquelle est pratiquée l'entrée du port. Sa direction se présente convenablement pour la route suivie par les navires porte-trains venant de Douvres, qui trouveront sur leur passage jusqu'à cette entrée près de 7 mètres d'eau aux basses mers d'équinoxe, en contournant l'extrémité ouest de l'îlot par une ligne d'un rayon de courbure de plus de 900 mètres.

» L'entrée de ce port a 80 mètres de largeur, et sa position dans la partie de l'îlot qui regarde la terre la mettra complétement à l'abri de la grosse mer du large, dont la direction dans cette localité reste comprise entre les limites du nord-ouest et du nord-est.

» Dans l'intérieur de cette gare, par les plus mauvais temps, les eaux seront presque complétement calmes, et, en tous cas, elles le seront suffisamment pour permettre, sans aucune difficulté, les manœuvres d'embarquement et de débarquement des trains.

» Cette tranquillité de l'eau résultera nécessairement de la largeur modérée de l'entrée comparée à la surface d'eau intérieure, qui est de plus de 18 hectares, de la position de cette entrée complétement à l'abri de la mer du large, enfin de la nature du rivage en pente douce, où les lames iront mourir sans produire de ressac répercuté vers l'entrée de notre port.

» La jetée extérieure de la gare maritime sera reliée à la terre par un pont métallique formant la tangente de la partie est de cette jetée. Ce pont sera composé de larges travées laissant de vastes débouchés aux courants, et il sera assez élevé pour être à l'abri de l'atteinte des plus hautes lames.

» L'îlot oblong contenant notre port restera ainsi, pour ainsi dire, *isolé* du rivage; les courants qui longent la côte continueront à se produire. Il arrivera même que celui de la marée montante, qui est à Calais le plus

énergique et le plus prolongé, se trouvant saisi entre la pointe ouest de l'îlot et le littoral, sera obligé de se concentrer vers la région, relativement rétrécie, occupée par le pont avec une vitesse sensiblement accrue, qui viendra produire une chasse devant l'entrée du port actuel de Calais.

» Grâce à l'ensemble de ces dispositions, le chenal entre l'îlot et la terre ne saurait manquer de se conserver sans ensablement, et, s'il s'en produisait un peu dans l'intérieur même de la gare, des draguages d'entretien en auraient facilement raison.

» Avant d'exposer le mode d'embarquement des trains, il est nécessaire que je décrive, au moins sommairement, les navires eux-mêmes destinés à les porter. Ils auront pour dimensions principales :

Longueur	135,00 m	
Largeur	11,20	
Tirant d'eau en charge	3,50	
Déplacement d'eau	2700	tonnes.

» Ils seront mus par des roues à aubes de 10 mètres de diamètre, actionnées par une machine pouvant réaliser jusqu'à 3600 chevaux de 75 kilogrammètres.

» Chaque navire pourra porter un train, soit de voyageurs, soit de marchandises, de 119 mètres de longueur, sans la locomotive qui restera à terre. Le train de marchandises, supposé chargé au complet, ne pèsera pas plus de 300 tonnes et celui de voyageurs, également au complet, 180 tonnes. Pour le plus lourd de ces poids, l'enfoncement produit sur le navire sera de 27 centimètres.

» Le train sera introduit dans le navire par son arrière sur les rails d'une voie centrale portée par le pont inférieur, placé à une hauteur moyenne de 2 mètres au-dessus de l'eau. Il sera recouvert par le pont supérieur, et se trouvera ainsi dans un entre-pont parfaitement à l'abri des embruns de la mer; mais cet entre-pont sera en même temps amplement pourvu d'air et de lumière.

» Aussitôt le train embarqué, il sera rapidement fixé sur ses rails, et les voyageurs, invités à quitter les voitures pendant la traversée, trouveront, à droite et à gauche du train, des salons spacieux ou des chambres isolées.

» Ces salons seront aérés par de grands sabords que leur élévation au-dessus de l'eau permettra de laisser ouverts, sauf dans les circonstances de très-mauvais temps; et, lors même que la violence de la mer obligera à les fermer, l'aération de l'entre-pont restera encore assurée par les larges ouvertures du pont supérieur présentant une vaste promenade élevée.

» La vitesse en mer sera de 18 milles nautiques à l'heure par beau

temps, et, comme la distance entre Douvres et la gare maritime à établir près de Calais est de $20^{milles},8$ ou de $38^{km},5$, la traversée par beau temps se fera en *une heure dix minutes*. On peut compter que, même par très-grosse mer, grâce à la grande puissance de la machine et aux dimensions du navire, cette traversée ne durera jamais plus d'*une heure et demie*. Les brumes compactes qui accompagnent quelquefois les calmes, ou encore les tourbillons de neige intenses pourront seuls occasionner des retards exceptionnels par l'obligation qu'ils imposent de modérer la vitesse; mais ces retards ne seront pas plus fréquents que ceux qu'éprouvent parfois les trains de chemins de fer dans des circonstances analogues.

» Quelques minutes suffiront pour l'embarquement ou le débarquement d'un train, et nous verrons qu'avec les dispositions étudiées pour ces opérations aucun mauvais temps ne pourra les entraver. La durée maximum du voyage pourra donc se calculer avec certitude en ne se donnant qu'une marge modérée, et les départs ainsi que les arrivées de trains de chaque côté du détroit se feront à heure fixe, comme le service ordinaire des chemins de fer.

» Quant aux qualités nautiques de ces navires porte-trains dont le chargement sera presque constant, et qui sont destinés à naviguer toujours dans les mêmes parages, elles *peuvent être*, et par conséquent elles *doivent être* très-supérieures à celles qu'il est possible de réunir sur les paquebots ordinaires destinés à de grandes navigations. Je désire appeler particulièrement sur ce point l'attention de l'Académie.

» En effet, les grands paquebots qui font le voyage de l'Europe dans l'Inde sont faits pour porter jusqu'à 1500 tonnes en poids de marchandises et 700 tonnes de charbon. Ces poids doivent en grande partie pouvoir être ou ne pas être à bord sans que la navigation soit compromise.

» Les paquebots transatlantiques faisant à grande vitesse les traversées d'Angleterre, de France et d'Allemagne en Amérique doivent emporter environ 1300 tonnes de charbon *qu'ils consomment presque complétement en route*.

» La stabilité doit être calculée de façon à satisfaire aux divers états de chargements si variables de ces paquebots. N'est-il pas évident *a priori* que la solution à intervenir, au point de vue de la position du métacentre, du centre de gravité et du moment d'inertie latérale, ne saurait être aussi satisfaisante, pour tous les cas, que s'il s'agissait d'étudier le navire pour un chargement constant?

» Il est en outre une autre considération des plus importantes au point de vue de l'amplitude des mouvements de roulis.

» Tout navire dans un état de chargement donné est caractérisé par une durée de ses mouvements de roulis, durée qui lui est propre, qui est une fonction de son couple de stabilité, de son moment d'inertie et des résistances passives nées des mouvements du roulis tant dans l'eau que dans l'air. Cette durée est indépendante de l'état de la mer, dont les lames, plus ou moins grosses, plus ou moins vives ou lentes, influent sur l'amplitude des roulis, sans en modifier sensiblement la durée.

» Cela posé, on comprend de suite que, si la durée naturelle des roulis du navire coïncide ou se rapproche de la durée de succession des lames, l'amplitude des roulis peut atteindre des proportions considérables, et que si, au contraire, il y a désaccord très-marqué entre la durée naturelle des roulis propres au navire et le temps qui s'écoule entre l'arrivée des deux lames successives, le mouvement de roulis produit par une lame est presque complétement arrêté par la lame suivante. Pour les navires destinés à naviguer dans le monde entier, il est impossible de chercher *a priori*, en les construisant, à établir cette discordance dont je viens de parler, mais pour la construction d'un paquebot destiné à une traversée constante, telle que celle du pas de Calais, on peut et l'on doit connaître la durée habituelle de la succession des lames par les vents qui produisent les grandes ondulations roulant sensiblement en travers de la direction de la route à suivre. On peut et l'on doit construire le paquebot de manière que la durée naturelle de ses oscillations soit en désaccord marqué avec la durée de succession des lames qui le prendront par le travers.

» Cette durée pour les navires allant de Calais à Douvres et *vice versa*, tant par la grosse mer venant de l'est que par celle venant de l'ouest, ne varie guère qu'entre 7 et 8 secondes. Or, dans l'état actuel des choses, c'est aussi, à très-peu près, la durée naturelle de l'oscillation complète d'un bord sur l'autre, avec retour sur le même bord pour la plupart des paquebots qui traversent le détroit.

» Le navire porte-trains que j'ai étudié ne doit avoir que $4\frac{1}{2}$ à 5 oscillations complètes par minute d'un bord sur le même bord, suivant qu'il sera chargé avec un train de marchandises ou avec un train de voyageurs; la durée de ces oscillations sera donc de 12 à 13 secondes, et, cette durée étant très-supérieure au temps de succession des grosses lames, qui est, dans ces parages, de 7 à 8 secondes, une lame détruira le roulis produit par la précédente, au lieu d'y ajouter une impulsion nouvelle; ces roulis ne pourront donc jamais, dans ces circonstances, atteindre des amplitudes comparables à celles des paquebots actuellement employés aux relations entre l'Angleterre et le continent.

» Je vais maintenant parler du mode d'embarquement des trains. Un embranchement se détachant de la ligne du chemin de fer du Nord viendra aboutir au pont de la gare maritime. Les trains parcourront ce pont sur une voie unique et arriveront sur la jetée extérieure à une hauteur de $4^m,40$ au-dessus des plus hautes mers d'équinoxe. Ils descendront sur la partie extérieure de cette jetée qui présentera, à cet effet, une rampe inclinée à $5\frac{1}{2}$ millimètres par mètre; ils viendront ainsi aboutir à un palier horizontal occupant toute la largeur de l'extrémité ouest de la jetée.

» Ce palier sera à $8^m,30$ au-dessus des basses mers d'équinoxe et à 1 mètre au-dessus des plus hautes mers de la même époque. La jetée extérieure sera protégée contre la projection des lames par un abri en partie maçonné, en partie en tôle et cornières, complétant, sur toute la longueur de cette jetée, dont l'intérieur seulement sera en pente, une hauteur extérieure constante de $9^m,40$ au-dessus de hautes mers. Cet abri formera même une gare entièrement couverte sur le palier indiqué ci-dessus.

» Les trains viendront s'y arrêter, pour s'aiguiller ensuite, en reculant sur la voie descendant, en sens inverse de la première pente, sur l'autre moitié de la largeur de la jetée, et se dirigeant vers trois embarcadères. Ce mouvement permettra à la locomotive de rester sur le quai, sans même s'engager sur les ponts-levis d'embarquement.

» En effet, elle poussera à bord le train, par l'intermédiaire de quatre trucs vides, qu'elle ramènera ensuite en gare.

» Moyennant l'emploi de trois embarcadères, situés à des hauteurs différentes, chacun d'eux n'aura plus qu'à racheter une dénivellation égale au tiers de la marée maximum. Elle est à Calais de $7^m,29$, dont le tiers est de $2^m,43$.

» En outre, la hauteur de chaque embarcadère sera réglée de façon que, pour la période de la marée qu'il desservira, le pont du navire destiné à recevoir le train se présentera tantôt au-dessous, tantôt au-dessus de la charnière du pont-levis. Il en résultera que, pour chaque embarcadère, la dénivellation, entre les rails du quai et ceux du navire, ne s'élèvera jamais au maximum qu'à la moitié de $2^m,43$, soit à $1^m,22$. Pour un pont-levis de 30 mètres de longueur, cette déviation ne donnera qu'une inclinaison maximum de 4 centimètres par mètre.

» Le navire porte-trains viendra donc engager son arrière dans l'appontement choisi suivant l'heure et le jour; il sera tenu solidement à ce poste en appliquant son flanc contre un buttoir assurant la parfaite direction de son axe; le pont-levis portant des rails qui seront le prolongement de

ceux de la voie de terre viendra s'abattre sur l'arrière du navire porte-trains, et reliera ainsi les rails du quai à ceux du pont du navire. Chaque pont-levis sera équilibré par des contre-poids. Le soulèvement ou l'abaissement du pont-levis se fera ainsi par deux hommes.

» Il ne reste plus, pour achever cet exposé sommaire, qu'à dire que, en prévision des petits mouvements que pourrait encore éprouver le navire amarré à son poste d'embarquement, ces ponts-levis seront construits de façon que, pendant que leur charnière du quai restera solidement horizontale, leur seconde charnière sur le pont du navire pourra se prêter à suivre ses petites oscillations par un léger gauchissement du pont-levis, construit à cet effet, et sans que la continuité des rails correspondants en soit aucunement dérangée.

» Les trains venant pour débarquer feront la manœuvre inverse de celle qui vient d'être décrite.

» Avec deux navires en service et un troisième en réserve, on pourra faire par jour jusqu'à huit voyages d'aller et huit voyages de retour, soit seize traversées simples.

» En supposant les trains de marchandises et de voyageurs alternés et convenablement composés, ce service suffirait, par jour, au transport de 2400 tonnes de marchandises, et offrirait 2200 places de voyageurs, non compris ceux qui prendraient directement passage à bord, sans avoir leur place au train embarqué.

» Si tous les wagons de passagers ou de marchandises étaient chargés au complet à chaque traversée, cela ferait par année 800 000 places de voyageurs et 870 000 tonnes de marchandises.

» C'est là l'utilisation maximum de nos deux navires, sur laquelle on ne doit pas compter : il suffit d'un transit bien moindre en passagers et marchandises pour assurer le succès financier; mais je n'ai pas à examiner ici l'entreprise à ce point de vue, ne me proposant d'exposer à l'Académie que le côté scientifique des questions étudiées pour sa réalisation. »

CHIRURGIE. — *De la galvanocaustie thermique ou électrothermie appliquée aux opérations chirurgicales.* Note de M. C. SÉDILLOT.

« Les courants galvaniques reçoivent en Chirurgie de nombreuses applications dont les principales sont la galvanocaustie thermique ou électrothermie, la galvanocaustie chimique et l'électrolyse.

» *Électrothermie.* — Quand on ferme un circuit galvanique avec un

fil de platine plus mince et moins bon conducteur que les extrémités du fil de cuivre avec lesquelles il a été mis en communication, on le voit passer au rouge-brun, au rouge-cerise et au rouge-blanc.

» Plus le fil est fin et oppose de résistance au courant, dont l'intensité est proportionnelle à l'étendue des surfaces actives des couples de la pile, plus la chaleur est vive; aussi faut-il augmenter ces surfaces en raison de l'accroissement du diamètre du fil.

» Si l'on veut faire rougir une plus grande longueur de ce dernier, on doit multiplier les couples pour rendre plus énergique la tension de l'électricité dégagée.

» La *galvanocaustie chimique* a pour but d'utiliser les propriétés caustiques des acides et des alcalis qui se portent, les premiers au pôle positif et les seconds au pôle négatif. C'est aux points où les aiguilles, mises en rapport avec les réophores, ont été engagées dans les tissus, que la cautérisation a lieu; et, si ces aiguilles viennent à se toucher d'une manière fortuite ou volontaire, elles produisent immédiatement de la chaleur (méthode mixte).

» C'est ainsi que, dans les premières applications du courant voltaïque, faites, en 1825, par Fabré Palapart et par nous, en 1849, pour la guérison d'une tumeur érectile nasale, les aiguilles implantées à plusieurs reprises dans le tissu morbide, à courtes distances ou en contact, déterminèrent des effets thermiques et chimiques.

» L'*électrolyse* a été proposée et employée par M. Cinicelli (de Crémone) pour provoquer la résolution des néoplasmes.

» Nous avons eu recours à cette méthode et nous l'avons vue appliquée sans avantages marqués; mais on en a publié quelques succès dans le traitement des engorgements ganglionnaires indolents.

» Nous ne nous occuperons ici que de la galvanocaustie thermique, à l'occasion d'un nouvel appareil d'un de mes anciens collègues de Strasbourg, M. le Dr E. Bœckel (1).

» Depuis 1845 et 1846, où Leider (de Vienne) et G. Crussel (de Saint-Pétersbourg) eurent recours à l'électrothermie, on s'était toujours servi de pile à deux liquides.

» Middeldorpf avait construit, en 1854, un appareil complet d'électrothermie, formé d'une pile de Grove (zinc et platine) donnant un courant

---

(1) *De la Galvanocaustie thermique*, par le Dr E. Bœckel, professeur agrégé de l'ancienne Faculté de Médecine de Strasbourg. Paris, 1873.

soutenu et régulier, dont un commutateur fait aisément varier l'intensité et la tension.

» Une anse de platine disposée en serre-nœud, un couteau galvanocaustique, un cautère en bec d'oiseau et un galvanocautère étaient ses principaux instruments.

» Personne n'a méconnu l'avantage de pouvoir placer, dans la profondeur ou à la surface des organes et à la température ordinaire, un fil métallique susceptible d'être instantanément porté au rouge-blanc pour cautériser ou diviser les parties, sans perte de sang.

» J'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie, en 1870 (1), les observations d'un assez grand nombre d'opérations et particulièrement de trois amputations de jambe (2), faites avec l'appareil de Middeldorpf.

» Il importait cependant de rendre cet appareil plus léger et de fournir le moyen de mieux varier à volonté le degré de chaleur.

» Ces heureuses modifications recommandent la pile de MM. Bœckel et Redslob, qui paraît un perfectionnement de celle de M. Grenet, déjà appliquée par M. Broca.

» Cette dernière renferme deux couples (zinc et charbon), plongés dans de l'acide sulfurique étendu, avec addition de cristaux de bichromate de potasse. Le courant est d'une intensité suffisante; mais il faut l'activer par des insufflations d'air entre le zinc et le charbon, pour renouveler le liquide et en empêcher la stagnation, et on le diminue et on l'arrête en soulevant les éléments de la pile et en les dégageant du liquide.

» Un jeune médecin militaire, Eugène de Séré, tué au champ de bataille de Sedan, avait publié, à ce sujet, un travail rempli de vues ingénieuses (3).

» La possibilité de suspendre, d'activer et de graduer, à chaque moment, l'action de l'appareil n'était pas complète, et l'on était exposé à développer trop ou trop peu de chaleur.

» Voici quelques-uns des avantages de l'appareil thermo-électrique de M. E. Bœckel. La caisse est en caoutchouc durci comme celle de Leiter (de Vienne) et mesure $0^m,28$ de longueur sur $0^m,17$ de largeur et $0^m,25$ de hauteur.

---

(1) *De la suppression de la douleur dans les opérations chirurgicales* (*Comptes rendus*, 26 avril 1870).

(2) Jaxa Kwiatowski (A.-J.), *Amputations des membres par la méthode galvanocaustique*. Thèse de Strasbourg, nº 299, 3ᵉ série.

(3) Eugène de Séré, *De la galvanocaustie, du couteau galvanocaustique et de l'anse coupante à échelle graduée*. Thèse de Paris, nº 173, 1862.

» Chacun de ses quatre compartiments renferme un couple, composé d'une plaque de zinc de $0^m,15$ sur $0^m,20$, entre deux plaques de charbon. Ces couples, suspendus par une traverse et combinés en deux batteries, offrent une large surface active de zinc.

» Le courant est réglé avec sûreté et promptitude par un modérateur formé d'une planchette, où sont disposés deux fils d'Argentan, faisant chacun cinquante méandres, et mis en communication, avec les réophores, par une tige de cuivre, dont les roues, de même métal, marchent librement d'un bout à l'autre des fils d'Argentan, dont les coudes sont gradués de zéro à 100.

» Tout le système est intercalé dans l'un des réophores, et, selon que cette espèce de chariot avance ou recule, la chaleur croît ou diminue.

» Il suffit de nommer le numéro où les roues doivent être fixées pour obtenir très-exactement le degré thermique dont on a besoin.

» Une aiguille d'inclinaison comprise dans le courant indique la mise en activité de la pile.

» Un fil de platine de 0^m001 d'épaisseur, comme M. Broca et moi l'avions employé, est facilement porté au rouge vif sur une longueur de $0^m,25$.

» La puissance de la pile et le volume du fil doivent être réglés par les conditions opératoires, qui diffèrent beaucoup dans l'ablation d'un polype du larynx ou d'une grosse tumeur tégumentaire, et il faut toujours s'assurer expérimentalement, avant de s'en servir, du fonctionnement régulier de l'appareil.

» L'électrothermie, appliquée à des tissus dont les vaisseaux ont été comprimés, donne des escarres plus ou moins épaisses, selon le degré de la chaleur et la durée de ses applications, met à l'abri des hémorrhagies et des complications pyohémiques et septicémiques, prévient les douleurs du réveil anesthésique, et la simplicité, la précision, le moindre volume et le bas prix des appareils aideraient certainement à en répandre l'usage.

» Le couteau, l'anse de platine et le serre-nœud de Leiter (de Vienne) donnent d'excellents résultats, avec la précaution d'éviter les plissements du fil, dont les points d'émergence du serre-nœud ne s'échauffent pas autant que le reste de l'anse, et cautérisent souvent, sans le diviser, le dernier centimètre du pédicule des tissus compris dans la ligature.

» Il faut alors tirer le fil à soi, au lieu d'en augmenter la striction, et M. E. Bœckel a conseillé d'y interposer, du côté du serre-nœud, un morceau de bois ou d'ivoire pour achever plus facilement l'opération.

» Ce chirurgien, multipliant les expériences déjà entreprises sur les ani-

maux, a extirpé la rate, le grand épiploon, le rein, sur des chiens dont aucun n'a succombé.

» MM. Clary (de Manchester), Kœberlé, Baker-Brown, Tyler-Smith, Spencer-Wells, Krassowsky (de Saint-Pétersbourg) avaient reconnu l'innocuité habituelle des escarres intrapéritonéales, et ce dernier chirurgien paraît avoir divisé, avec l'anse galvanocaustique, le pédicule de plusieurs kystes ovariques, dont la réduction n'entraîna pas d'accidents.

» Parmi les trente-deux opérations galvanocaustiques, pratiquées par M. E. Bœckel, on trouve l'ablation d'une épiplocèle volumineuse, dont l'escarre rentra, en partie, dans l'abdomen, sans que la guérison en ait été empêchée.

» Ces faits, et les expériences, montrent que les surfaces cautérisées ne jouent pas nécessairement, dans les cavités closes, le rôle de corps étrangers, s'éliminant par ulcération et suppuration, ou s'isolant dans un kyste.

» Des adhérences curatives se forment, et l'on aperçoit les parcelles carbonifiées microscopiques, disséminées et en voie de disparition.

» Quelques chirurgiens avaient admis un degré de chaleur hémostatique, correspondant au rouge-brun. Nous avons cherché à prouver que l'hémostasie dépend de l'épaisseur de l'escarre et de la densité et de la sécheresse des tissus sur lesquels porte le cautère, qui perd sa chaleur au contact des parties et les charbonne avec flamme, s'il ne fait que les effleurer.

» Ces faits, également étudiés par M. E. Bœckel, l'ont conduit aux mêmes conclusions.

» De nombreux travaux ont mis hors de doute l'importance et les avantages de l'électrothermie, dont les appareils compliqués ont seuls retardé les applications, et la Chirurgie est intéressée à en suivre et à en signaler les progrès. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Nouvelles recherches sur le diamètre solaire.* Lettre du P. Secchi à M. le Secrétaire perpétuel.

« Rome, 19 juillet 1873.

» La variabilité du diamètre solaire à intervalles de temps assez petits et irréguliers, telle que je l'ai signalée d'après nos résultats, n'a point surpris les astronomes habitués à l'observation du Soleil : ainsi M. Spœrer s'est montré très-favorable à ce résultat. Au commencement du siècle, le célèbre Carlini de Milan s'était occupé de ce sujet, et, dans un Mémoire inédit du 24 mai 1818, dont je dois la connaissance à M. Schiaparelli, il avait conclu que les causes ordinaires des erreurs d'observa-

tions assignables dans les passages méridiens ne pouvaient expliquer le phénomène, de sorte qu'on ne pouvait l'attribuer qu'à l'action de l'atmosphère, mais comme cause provisoire, jusqu'à ce que la véritable fût trouvée.

» Les observations du P. Rosa jetèrent quelque lumière sur l'origine de ces irrégularités, en signalant la région des taches comme celle des diamètres les plus variables et les plus petits. Je regrette que les autres observations n'aient pas encore été discutées et réduites à ce point de vue; mais heureusement, le 8 de ce mois, nous avons été témoins d'un phénomène qui confirme manifestement ce résultat et répond aux objections faites à nos conclusions.

» Le 8 juillet, le P. Ferrari, en faisant le dessin des taches, s'aperçut que le bord solaire était considérablement déprimé dans la région où un groupe de taches s'était occulté en partie. La dépression était très-visible, quoiqu'il n'y eût pas trace distincte de tache au bord; sur une projection de 243 millimètres de diamètre, elle excédait 1 millimètre de flèche et pouvait s'estimer à 7 ou 8 secondes. Elle était très-visible à l'œil, avec l'oculaire ordinaire; en employant un oculaire de projection plus puissant, on la rendait visible à plusieurs personnes au premier coup d'œil, et il était impossible de la confondre avec l'oscillation atmosphérique. Cette dépression s'étendait, à partir du point le plus occidental ouest, de 20 à 29 degrés vers le nord. Elle n'avait pas de bord tranché, comme il arrive pour les taches visibles au bord; mais le bord solaire s'infléchissait doucement, pour se relever ensuite lentement et se raccorder avec la courbure générale; les observateurs caractérisaient l'aspect qu'elle présentait par l'expression de *ammaccatura*. La dépression était considérablement plus large que la tache, qui était cachée ou exactement au bord, et qui était visible le jour précédent. Près du bord nord, cette dépression était le siége d'une vive éruption métallique tourbillonnante, qui présentait une protubérance en forme de zigzag, projection évidente d'une colonne spirale (observable entre 8 et 9 heures du matin).

» A cause de sa position, cette dépression ne pouvait pas influer sur le diamètre solaire pris au passage méridien; mais il est évident que, si elle avait été sur le diamètre parallèle au mouvement diurne, elle en aurait notablement diminué la valeur. Ce n'est pas la première fois qu'on observe dans les grandes taches une dépression du bord solaire; mais cette fois la dépression s'étendant, comme je l'ai dit, bien au delà de la tache, il en résulte que des irrégularités très-considérables peuvent se former dans la

couche photosphérique, même indépendamment des taches, et qu'elles peuvent modifier la valeur du diamètre solaire dans les régions d'activité, sans préjudice, bien entendu, de causes plus générales dont l'influence se fait sentir sur l'astre entier.

» Pour ce qui concerne le diamètre solaire, dans ma Communication du 9 novembre 1872 (*Comptes rendus*, t. LXXV, p. 1583), j'avais donné les résultats des observations faites avec la combinaison spectroscopique que j'indiquais comme pouvant servir pour le passage de Vénus, et avec laquelle j'ai observé la dernière éclipse du Soleil. Le diamètre ainsi déterminé était beaucoup plus petit (8 secondes environ) que celui du *Nautical Almanac*, résultat qu'on pouvait bien prévoir, avec un moyen d'observation si extraordinaire. Je ne prétendais pas que le diamètre solaire des Tables fût erroné, et je ne proposais pas non plus de modifier la valeur du diamètre adopté; je signalais seulement un résultat assez intéressant pour en tenir compte dans les recherches physiques sur cet astre et pour quelques usages spéciaux. Déjà les astronomes anciens s'étaient aperçus, dans le calcul des éclipses, que le diamètre solaire des Tables était trop grand, et Duséjour proposait de le diminuer de $3\frac{1}{2}$ secondes, en quoi il s'est accordé avec plusieurs astronomes (1). Dans les temps modernes, à Greenwich même, on a modifié, il y a peu d'années, la valeur adoptée pour le diamètre solaire, de sorte que je ne croyais pas commettre un sacrilége en relevant ces différences.

» M. Respighi a voulu répéter ces observations : il est arrivé à un résultat contraire au mien, c'est-à-dire à la valeur *toujours exacte* du *Nautical Almanac*. Il a cherché alors à montrer que mes observations devaient être entachées d'erreurs, dont quelques-unes seraient même assez grossières. Les causes principales de mes erreurs seraient les suivantes (2) : 1° l'usage d'un prisme à vision directe, dont le pouvoir réfringent serait *probablement* variable sous l'action de la chaleur, et, pour cette raison, il préférerait un prisme objectif; 2° une inadvertance provenant de ce que je n'aurais pas bien disposé les prismes, avec les plans de dispersion parallèles entre eux et au mouvement diurne de la sphère céleste, en sorte que j'aurais mesuré une corde et non un diamètre du Soleil; 3° l'instabilité de mes lunettes, due au vent et au mouvement des voitures (*sic*); 4° l'omission de la correction de réfraction, qui *pouvait* bien n'être pas négligeable.

---

(1) Delambre, *Astronomie*, t. II, p. 423.

(2) *Atti dell' Accademia R. de' Lincei*, 5 genn. 1873, reçu le 18 juillet 1873.

» On voit, d'abord, que toutes ces objections ne signalent que des *possibilités*, et j'ai l'honneur d'assurer le savant astronome qu'aucune ne se confirme. La correction de réfraction atmosphérique était, *comparativement* aux différences trouvées, toujours négligeable, les observations ayant été toujours assez voisines du méridien. Quant à l'instabilité de l'équatorial, elle est tout à fait imaginaire, surtout pour ce qui regarde les voitures dont l'influence n'est absolument pas sensible : il en est de même du vent, car je me suis bien gardé de faire les observations avec le vent en face, ce qui aurait été impardonnable. Mais je m'étonne qu'on attribue les différences trouvées à ces causes accidentelles, qui auraient eu pour effet de donner des résultats *irréguliers* et non des résultats constamment *dans le même sens;* sans prétendre obtenir avec un équatorial la stabilité d'un instrument méridien, les écarts des observations et l'erreur probable montrent que nous avons eu une stabilité plus que suffisante.

» Quant à l'installation des prismes, c'est là une chose trop élémentaire pour qu'on puisse supposer qu'elle nous ait échappé, quoique nous n'ayons pas détaillé la méthode employée, laquelle est connue de tous ceux qui emploient le spectroscope. Seulement, je ferai observer qu'une petite erreur, dans cette installation, n'influe pas sensiblement sur le diamètre : son effet se réduit à diminuer la dispersion. L'essentiel est d'avoir le bord solaire bien tangent aux raies dans ses points extrêmes; et, en effet, si M. Respighi lui-même a pu renverser un des prismes sans changer le diamètre, il en résulte qu'un petit angle ne pouvait pas avoir d'influence. Je répète d'ailleurs que nous avons pris toutes les précautions bien connues de tous les spectroscopistes, et que nous pouvons garantir également la stabilité du prisme interposé, ce prisme ayant été fixé dans un tube à ressort très-stable et résistant. De plus, la température arrive assez rapidement à un état d'équilibre pour donner des résultats constants, sans quoi les différences seraient progressives et non pas constantes, comme celles que fournit l'observation.

» Quant à l'usage du prisme objectif, nous avons voulu satisfaire le désir exprimé par M. Respighi, et cela d'autant plus volontiers que c'est avec ce prisme que nous avons découvert cette combinaison spectroscopique. Nous avons donc fait, avec un prisme de ce genre, ayant 6 pouces de diamètre et 13 degrés d'angle, des séries d'observations dont nous ne reproduirons *in extenso* que celle du 7 juillet, faite entre 10 et 11 heures, car les autres ont donné le même résultat : on pourra ainsi apprécier la valeur des objections relatives à l'instabilité des instruments.

Diamètre d'après la raie C.		Diamètre d'après la raie B.	
$2^{m}\ 16^{s},70$		$2^{m}\ 16^{s},30$	
17,00		16,55	
16,65	Moyenne :	16,40	Moyenne :
16,20		16,40	
16,80	$16^{s},695$	16,45	$16^{s},542$
16,65	N.A. = 17,000	16,55	N.A. = 17,000
16,90	Diff. 0,305	16,65	Diff. 0,450
16,85		16,45	
16,30	= 4″,55	16,65	= 6″,87
16,65		16,75	
16,70	Erreur probable :	16,45	Erreur probable :
16,45	= 0,186	16,75	= 0,099
17,00		16,70	

» Le P. Rosa a trouvé, ce jour-là, pour valeur du diamètre solaire $2^{m}\,17^{s},00$, comme dans le *Nautical Almanac*.

» Ce tableau montre : 1° que même avec le prisme objectif, le diamètre donné par la raie C est plus grand que celui de la raie B, ce qui, soit dit en passant, résulte encore des observations de M. Respighi pour les raies C et F; 2° que les résultats sont toujours moindres que celui du *Nautical Almanac*, et qu'aucune valeur ne le surpasse, même pour la raie C, qui est plus difficile à employer avec ce prisme; 3° cependant on voit encore que la différence est ici un peu moindre que dans les observations précédentes, ce qui tient à une cause très-importante, et que je vais exposer, car elle nous conduit à expliquer les résultats obtenus par M. Respighi.

» Cette cause particulière consiste en ce que le prisme objectif donne une image solaire à couleurs très-pures vers ses extrémités de l'image, mais que cette image est presque blanche en son milieu, à cause de la petitesse de l'angle réfringent, qui est de 13 degrés seulement. La dispersion est beaucoup plus faible que celle du prisme à vision directe, que l'on employait auparavant. Il en résulte que, dans l'observation du bord précédent, la raie C était très-bien détachée du bord et parfaitement séparée, et l'observation des taches était très-nette; au contraire, dans l'observation du bord suivant, cette raie se voyait à peine et se perdait au milieu de l'agitation atmosphérique, dont ce bord était entouré, pendant que l'autre était très-tranquille. Le limbe suivant était donc vu à peu près comme avec les verres ordinaires. Le prisme objectif n'est donc pas préférable pour *ce genre de recherches*, quoiqu'il puisse être préféré pour d'autres observa-

tions, comme celles des taches situées près du bord, puisque l'on peut toujours observer du côté des couleurs les plus pures.

» Je dis que ces particularités expliquent le résultat obtenu par M. Respighi. En effet, il nous assure lui-même, dans sa Communication du 7 avril 1872 (1), que, dans son appareil, « les raies se voyaient très-faibles sur le » disque et sur la chromosphère, et que le moindre brouillard les faisait » disparaître ». Il nous assure ailleurs que, par ce moyen, « les bords se » voient agités comme avec les verres de couleur ordinaires », et que, enfin, il voyait ces taches « certainement moins bien qu'avec les verres de » couleur ». Tout cela dépend de ses prismes, car, pour moi, j'obtiens un résultat tout différent.

» Avec de tels défauts dans son instrument, je m'étonne qu'il ait entrepris de battre en brèche des résultats obtenus dans des conditions bien supérieures, et n'offrant pas trace de ces défauts; toute la différence est dans la faiblesse de dispersion de ses appareils. Je m'en suis convaincu en faisant usage de pièces d'une portée comparable et douées de facultés dispersives semblables. Il nous dit lui-même que son prisme objectif disperse moins que le spectroscope, et que, pour cette raison, on voit les images déformées. Son spectroscope n'avait qu'un prisme à vision directe (j'ignore s'il en a maintenant augmenté la puissance); ce prisme est excellent, sans doute, mais sa faculté dispersive est calculable et ne dépasse pas celle de deux prismes ordinaires. Lors même qu'il aurait ajouté un second prisme, la dispersion serait celle de quatre prismes ordinaires. La longueur focale de l'objectif auquel il applique le prisme est inférieure à la moitié de celle de notre lunette, de sorte que, somme toute, sa dispersion est bien moindre que la nôtre.

» Cette dispersion moindre se révèle aussi par l'étendue du spectre visible dans le champ du spectroscope, laquelle est plus considérable que celle que nous pouvons voir dans le nôtre. Celui-ci, outre un fort prisme à vision directe, équivalant à deux prismes ordinaires, a encore trois prismes à vision angulaire de flint, extra-dispersifs, faits exprès par M. Merz, et l'ensemble équivaut à sept ou huit prismes. Le prisme que nous interposons est aussi l'un des plus dispersifs de M. Merz, et sépare si bien les

---

(1) *Atti dell' Accademia R. de' Lincei*, 1872, p. 215 et suivantes : Come spettroscopio (questa combinazione del P. Secchi) presenta le righe lucide della cromosfera e delle protuberanze assai deboli principalmente per la viva luce dello spettro solare ne cui si projettano onde basta il più leggero strato di nebbia a velarle, ecc.

rayons, sur le disque solaire, qu'on n'y voit pas trace de blanc; c'est pourquoi nous le préférons au prisme objectif, pour ces recherches.

» Il ne faut pas se faire illusion et juger de la puissance de ce spectroscope par ce caractère qu'il permet de bien voir les protubérances. La visibilité de ces objets est le résultat de plusieurs facteurs qui peuvent, par hasard, présenter une combinaison excellente sans donner le grossissement dispersif qui est nécessaire dans le cas actuel. M. Lorenzoni a fait voir comment certaines proportions sont utiles pour les protubérances, proportions qui sont indépendantes de la force dispersive. C'est ainsi que, avec un spectroscope à prisme à vision directe, très-dispersif, je vois bien les protubérances; tandis que, avec le prisme objectif, je ne peux pas séparer suffisamment les raies en dehors du disque. De plus, il arrive que des prismes excellents pour l'usage ordinaire ne sont pas suffisants pour ces observations délicates : ainsi un prisme de Hofman, qui me fait voir toutes les raies de Kirchhoff avec les longues lunettes de $0^{m},60$, n'a pu m'être d'aucun secours dans ces recherches. En résumé, je ne suis nullement surpris du résultat obtenu par M. Respighi. Il devait en être ainsi, car sa combinaison correspondait tout au plus à un verre coloré, et l'ensemble ne présentait pas un pouvoir dispersif suffisant.

» J'ai attribué la dilatation du diamètre solaire à deux causes principales : d'abord à l'influence de la couche chromosphérique qui éclaire notre atmosphère, ensuite à l'influence de l'agitation de notre atmosphère elle-même. J'ai évalué la première à 4 secondes environ, ce qui s'éloigne peu de la correction de Duséjour; M. Respighi est disposé à l'évaluer à moins de 1 seconde. Cependant comme, dans les éclipses, on voit ce bord brillant avec les raies directes, pendant une seconde de temps au moins, et que, pendant ce temps, la Lune avance de plusieurs secondes d'arc, je crois n'être pas loin du vrai; en tout cas, la cause la plus influente est l'oscillation atmosphérique. La vibration du bord solaire est comparable à la scintillation des étoiles; mais, dans ce dernier phénomène, on voit les ondulations se propager comme des vagues isolées, sur le spectre, renforçant les couleurs, sans déplacer les raies. Lorsqu'on a obtenu un spectre pur du bord solaire, ces ondulations, formées d'une couleur simple, passent sans troubler l'image; si le spectre est impur et que plusieurs couleurs se trouvent superposées, on a une série de vagues qui se troublent l'une l'autre, et rendent l'image diffuse, mal terminée, et, par là même, dilatée. On voit donc pourquoi, avec une dispersion très-faible et insuffisante, on n'obtient pas la netteté que donnent des couleurs prismatiques pures. Un système

prismatique de dispersion insuffisante ne donne donc pas des résultats différents de ceux d'un verre coloré; il doit donc conduire à trouver le diamètre ordinaire du Soleil.

» La superposition des spectres produits par des causes différentes permet d'expliquer des phénomènes assez curieux. Ainsi les vagues inclinées que présentent les étoiles, dans les spectres près de l'horizon, sont simplement dues à la superposition du spectre naturel de notre atmosphère avec celui du prisme dans la lunette. Si les deux spectres et les plans de dispersion sont verticaux, il y a une somme ou une différence de dispersion, selon que le prisme de la lunette est dans le sens de celui de l'air ou en sens contraire. Si les plans de dispersion sont rectangulaires, les raies prennent, comme deux forces qui se composent suivant les règles de la Statique, une direction inclinée et dépendant de leur dispersion relative.

» Quant à ce qui concerne la dispersion atmosphérique, j'y reviendrai dans une autre occasion. Je me contenterai, pour aujourd'hui, d'avoir rappelé combien l'hétérogénéité des rayons contribue à la confusion des images, et d'avoir fait concevoir l'avantage qu'il y aurait à trouver une substance *absolument monochromatique* à travers laquelle on pût observer les objets célestes. »

THERMODYNAMIQUE. — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science* [suite (1)]. Mémoire de M. A. **Ledieu**. (Extrait par l'auteur.)

« *Relation entre les forces vives réelles, d'ensemble et propres des points d'un système.* — Cherchons d'abord une relation, dans le mouvement *relatif au centre de gravité*, entre les forces vives dues aux vitesses réelles et les forces vives dues aux vitesses *d'ensemble* et aux vitesses *propres*. Les deux premières de ces vitesses ne devront pas être confondues avec les vitesses de même nom considérées dans le *mouvement total* du système, et auxquelles nous reviendrons ensuite. Quant à la troisième vitesse, elle est la même dans les deux cas.

» Prenons, pour chaque point considéré comme appartenant au *solide fictif*, la percussion instantanée y appliquée d'après nos hypothèses, et composons-la avec la percussion qui correspondrait à la vitesse de translation du centre de gravité prise en sens inverse, en un mot avec ce qu'on

---

(1) *Voir* les *Comptes rendus* des 14 et 21 juillet.

appelle la *percussion apparente* dans la transformation d'un mouvement absolu en un mouvement relatif; composons pareillement, pour chaque point regardé cette fois comme appartenant au système donné, sa quantité de mouvement *réelle absolue* avec sa quantité de mouvement *apparente*, c'est-à-dire avec la quantité de mouvement correspondant à ladite translation et pareillement changée de sens.

» Il est évident que chaque *percussion résultante* sera égale à ladite *quantité de mouvement résultante*. Elle sera donc de la forme mU, U étant la vitesse *réelle* du point dans le *mouvement relatif au centre de gravité*.

» Si nous considérons notre *solide fictif* à partir du repos et soumis à une série de percussions de la forme en question, il prendra un certain mouvement élémentaire qui ne sera autre que le mouvement élémentaire relatif au centre de gravité, et qui aura lieu autour d'un axe instantané de rotation passant par ce centre.

» Imaginons maintenant un système d'axes rectangulaires mobiles, dont l'origine se confonde à chaque instant avec le centre de gravité, et prenons pour axe des Z ledit axe instantané de rotation.

» Appelons :

λ la projection du rayon vecteur d'un des points du système sur le plan coordonné XY, perpendiculaire à l'axe instantané de rotation pris pour axe des Z;

$d\mathcal{A}$, $d\alpha$ les angles élémentaires décrits dans le plan XY par λ, considéré successivement comme appartenant au *système* même des points matériels ou au *solide fictif* ($d\mathcal{A}$ sera d'ordinaire différent pour chaque point du *système*, tandis que $d\alpha$ sera le même pour tous les points du *solide fictif*);

u la vitesse *d'ensemble* d'un point dans le mouvement *par rapport au centre de gravité*.

» Notons d'abord que $\lambda \frac{d\alpha}{dt} = u$. D'autre part, $m\lambda \frac{d\mathcal{A}}{dt}$ représente manifestement la projection d'une des percussions instantanées de la forme mU appliquées au solide fictif. Donc, en nous reportant à la relation bien connue de Mécanique, qui lie les moments de percussions instantanées actionnant un solide invariable, tournant autour d'un axe, et les moments des quantités de mouvement résultant de la rotation, nous aurons évidemment

$$\sum m\lambda^2 \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \sum m\lambda^2 \frac{d\alpha}{dt};$$

d'où l'on tire

$$(4) \qquad \sum m\lambda^2 \left(\frac{d\mathcal{A}}{dt} - \frac{d\alpha}{dt}\right) = 0.$$

» Maintenant appelons a la vitesse propre d'un point du système, c'est-à-dire la vitesse qui, composée avec u, redonnerait U.

» Nous aurons, entre les trois vitesses U, u et a, la relation générale

$$U^2 = u^2 + a^2 - 2ua\cos(u, a);$$

d'où

$$\Sigma m U^2 = \Sigma m u^2 + \Sigma m a^2 - 2\Sigma m u a \cos(u, a).$$

» Examinons en particulier le dernier terme du second membre de cette équation. Pour cela, imaginons trois lignes MF, MG et FG, représentant en grandeur et en direction les produits par dt des trois vitesses en question d'un point M; $a\,dt\cos(u, a)$ est égal et de signe contraire à la projection de GF sur MG, et, par suite, sur M'G', projection de MG sur le plan des XY, car M'G' est parallèle à MG, par cela même que l'on a pris pour axe des Z l'axe instantané de rotation. On a donc

$$-a\,dt\cos(u, a) = G'F'' = M'F'' - M'G'.$$

» Or, si F est la projection du point F sur le plan XY, F'F'' sera perpendiculaire à M'F''. D'ailleurs le rayon vecteur OM', mené de l'origine O des coordonnées au point M', est pareillement perpendiculaire à M'F'', toujours à cause du choix particulier de l'axe des Z. Dès lors, l'angle élémentaire M'OF'' est égal à M'OF' qui a pour mesure $d\mathcal{A}$, ou du moins n'en diffère que d'un infiniment petit du second ordre F'OF'', car le triangle F'OF'' donne

$$\frac{\sin F'OF''}{\sin(OF'F'' = F'OM')} = \frac{F'F''}{OF''} = \frac{\text{infiniment petit du premier ordre}}{\text{quantité finie}}.$$

On déduit de là $M'F'' = \lambda d\mathcal{A}$, et comme d'ailleurs $M'G' = MG = \lambda d\alpha$, il vient $-a\,dt\cos(u, a) = \lambda(d\mathcal{A} - d\alpha)$. D'après cela, et comme $u = \lambda\frac{d\alpha}{dt}$, la quantité $-2\Sigma m u a\cos(u, a) = 2\Sigma m\lambda^2\frac{d\alpha}{dt}\left(\frac{d\mathcal{A}}{dt} - \frac{d\alpha}{dt}\right)$; mais $\frac{d\alpha}{dt}$ est le même pour tous les points du solide fictif. Donc le terme considéré devient, en définitive, $\frac{d\alpha}{dt}\Sigma m\lambda^2\left(\frac{d\mathcal{A}}{dt} - \frac{d\alpha}{dt}\right)$, et il se réduit à zéro d'après l'équation (4). Par conséquent on a, en général,

$$(5) \qquad \Sigma m U^2 = \Sigma m u^2 + \Sigma m a^2,$$

première relation que nous avions en vue d'obtenir.

» Si l'on ajoute $V^2 \Sigma m$ aux deux membres de l'équation (5), il vient

$$(6) \qquad V^2 \Sigma m + \Sigma m U^2 = V^2 \Sigma m + \Sigma m u^2 + \Sigma m a^2;$$

mais, d'après un théorème connu, le premier membre de cette équation est égal à $\Sigma m v^2$, et les deux premiers termes du second membre sont $V^2 \Sigma m + \Sigma m u^2 = \Sigma m A^2$, en appelant A la vitesse *d'ensemble* d'un des points du système dans le *mouvement total*. Dès lors, l'équation (6) deviendra

$$(6\ bis) \qquad \Sigma m v^2 = \Sigma m A^2 + \Sigma m a^2,$$

qui est la relation définitive à laquelle nous nous étions proposé d'arriver dans ce paragraphe.

» VI. *Relation générale entre les travaux extérieurs, les énergies potentielles et les forces vives* d'ensemble *et* propres *des points d'un système.* — En introduisant la valeur de $\Sigma m v^2$ donnée par l'équation (6 *bis*) dans l'équation générale (1), celle-ci se transformera en l'égalité suivante :

$$(7) \qquad \Sigma \int P\, dp \cos(p, P) = \frac{\Sigma m (A_1^2 - A^2)}{2} + \left(\Phi_1 + \frac{\Sigma m a_1^2}{2}\right) - \left(\Phi + \frac{\Sigma m a^2}{2}\right).$$

Cette relation s'applique, en général, à tout système de points matériels, quel que soit le mouvement respectif de chaque point.

» Par ailleurs, il convient aussi bien au mouvement *relatif* qu'au mouvement *absolu*, pourvu qu'on joigne, aux forces extérieures et aux quantités de mouvement réelles existant à un moment donné, ce qu'on appelle les *forces* et les *quantités de mouvement apparentes*. On sait que ces éléments auxiliaires sont déterminés par la condition de donner, à chaque instant, au système considéré à partir du repos, un mouvement égal et contraire au mouvement des axes mobiles par rapport auxquels on se propose dec onsidérer le mouvement relatif. On démontre aisément que $\frac{\Sigma m a^2}{2}$ demeure indépendant de la nature du mouvement, qu'il soit *absolu* ou *relatif*. Il importe d'ajouter que les énergies potentielles Φ et Φ_1, n'étant fonctions que des distances des points matériels, conservent de leur côté les mêmes valeurs dans le mouvement relatif que dans le mouvement absolu. Nous aurons ultérieurement à invoquer plusieurs fois ces deux remarques importantes.

» Avant d'appliquer aux corps naturels la relation que nous venons d'obtenir, nous établissons dans notre Mémoire que, eu égard à nos con-

naissances actuelles en Physique, on est en droit de regarder les atomes comme des points matériels. »

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Gustave Rose*, Correspondant de la Section de Minéralogie, décédé à Berlin le 15 juillet 1873.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission qui sera chargée de juger le Concours pour le prix Bordin à décerner en 1873. (Question relative aux productions organiques des pointes australes des trois continents de l'Afrique, de l'Amérique méridionale et de l'Australie.)

MM. Milne Edwards, de Quatrefages, Roulin, Élie de Beaumont, Brongniart réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Decaisne, Duchartre, Blanchard.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission qui sera chargée de juger le Concours pour le grand prix de Sciences physiques à décerner en 1873. (Étude du mode de distribution des animaux marins du littoral de la France.)

MM. Milne Edwards, Blanchard, de Quatrefages, Coste, de Lacaze-Duthiers réunissent la majorité des suffrages. Le Membre qui, après eux, a obtenu le plus de voix est M. Robin.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Nouveau procédé de condensation des matières liquéfiables, tenues en suspension dans les gaz.* Note de MM. **E. Pelouze** et **P. Audouin**, présentée par M. Peligot.

(Commissaires : MM. Peligot, Rolland, Jamin.)

« Il est un fait bien connu par les constructeurs d'usines à gaz, c'est que le gaz, qui entraîne, à la sortie des cornues, une quantité de matières

liquides (eau ammoniacale, goudron) s'élevant à 12 kilogrammes environ par 100 kilogrammes de charbon distillé, n'en laisse déposer qu'une fraction dans le barillet (4 kilogrammes à $4^{kg},500$), la température de cet appareil étant, cependant, de beaucoup inférieure au point d'ébullition de l'eau, et à plus forte raison des produits goudronneux dont la température d'ébullition dépasse 300 degrés. Cette différence est attribuée, non sans raison, à l'entraînement des particules liquides qui se présentent, on le suppose, sous forme vésiculaire.

» L'abaissement de température qu'il est facile d'obtenir à peu de frais, et avec une surface relativement faible, en faisant usage d'appareils entourés d'eau, etc., ne suffit pas, et il est nécessaire de faire parcourir au gaz un long circuit, et de le faire passer à travers de grandes colonnes remplies de débris de coke, etc., pour retenir l'eau ammoniacale, ainsi que les principes goudronneux tenus en suspension, et qui viendraient rapidement détruire l'action des matières d'épuration, si on les éliminait d'une façon complète.

» Nous admettons que les particules liquides contenues dans le gaz, et qui résistent au refroidissement, se trouvent à l'état de fines poussières globulaires, dont la ténuité suffit pour expliquer la suspension.

» On ne peut les éliminer que par un long repos, pendant lequel les matières, mises en contact entre elles, par le fait du mouvement interne des gaz, forment, petit à petit, des globules d'un grand volume (ces globules, d'un plus fort diamètre, éprouvent une moins grande résistance de la part des gaz, et tombent peu à peu au fond des récipients); ou par un procédé qui, renouvelant artificiellement le contact de ces globules avec les parties déjà liquéfiées, facilite leur agglomération.

» Ce résultat n'a pu être obtenu jusqu'ici, en pratique, qu'à l'aide d'un grand développement d'appareils coûteux, désignés dans l'industrie qui nous occupe en ce moment, sous les noms de *barillets collecteurs*, *tuyaux d'orgue*, *colonnes à coke*, etc.; encore même est-il le plus souvent incomplet, puisque les premières cuves chargées de matières destinées à l'épuration chimique du gaz sont ordinairement, malgré l'emploi des appareils que nous venons d'indiquer, imprégnées abondamment de goudrons et d'eaux ammoniacales ayant échappé à la condensation.

» La nouvelle méthode de condensation que nous avons l'honneur de soumettre, et qui a déjà reçu son application dans une industrie importante (celle de la fabrication du gaz), est fondée sur ce principe, que la

liquéfaction des globules tenus en suspension dans les gaz s'obtient, soit par le contact de ces particules avec les surfaces solides, soit par le contact de ces particules entre elles; elle a pour but d'obtenir, à l'aide d'un appareil très-simple et occupant un emplacement réduit, la condensation des particules liquides entraînées par les gaz ou vapeurs.

» Nous arrivons à ce résultat de la manière suivante :

» Le gaz qu'il s'agit de purifier s'écoule, par une série d'ouvertures d'un faible diamètre, sous forme de jets qui viennent s'étaler sur une surface placée vis-à-vis. Cette combinaison produit le contact des molécules entre elles pendant leur passage dans ces sortes de tuyères; l'efficacité de cette action est complétée par le contact avec la surface solide, sur laquelle s'écoule la matière goudronneuse.

» Une pression très-élevée n'est pas nécessaire; une pression de moins de 2 centimètres d'eau, bien inférieure à celle qui est donnée par les exhausteurs, suffit d'ordinaire.

» L'appareil peut être placé, soit avant les exhausteurs, et, dans ce cas, on maintiendra un faible vide, soit après; la température du gaz, étant peu élevée (50 degrés environ après les barillets collecteurs), n'aura aucune action nuisible sur le fonctionnement de ces machines.

» On règle convenablement le nombre d'ouvertures ou la section de l'appareil d'échappement, d'après la quantité de gaz produit par l'usine. On arrive facilement à ce résultat à l'aide d'un régulateur spécial, mis en mouvement par la pression même du gaz.

» Les ouvertures dont nous venons de parler peuvent être pratiquées sur la surface de tuyaux, ou sur des plaques, suivant la forme de l'appareil.

» La construction de l'appareil dont il vient d'être question peut être faite à l'aide de matériaux ordinaires, fer, fonte, terre cuite, bois, etc.; la disposition de détail varie suivant les convenances locales.

» Par le fait du contact intime réalisé dans ces conditions, entre les liquides globulaires et les gaz qui les tiennent en suspension, on peut obtenir, à l'aide de notre appareil, la condensation de certains principes (notamment l'ammoniaque, l'hydrogène sulfuré, le sulfure de carbone), qui n'avaient pu être recueillis jusqu'ici que par des méthodes compliquées, souvent nuisibles au pouvoir éclairant du gaz (lavage par l'eau de condensation, etc., etc.).

» Son emploi permet, en outre, de réaliser une économie importante sur la consommation des matières d'épuration, tout en fournissant une

quantité notable de goudron riche en essence et d'eau chargée d'ammoniaque.

» Quelle que soit la forme, le principe que nous venons d'indiquer, convenablement appliqué, permet d'obtenir la condensation des matières liquides contenues à l'état de suspension dans les gaz ou vapeurs, en déterminant, par la disposition indiquée, le contact intime des matières qui passent ainsi de l'état de molécules isolées et indépendantes à l'état liquide, forme sous laquelle rien n'est plus facile que de s'en débarrasser.

» L'expérience suivante donne une mesure du résultat qu'il est possible d'obtenir en s'appuyant sur le principe que nous venons d'indiquer. On a opéré sur la même quantité de gaz goudronneux pris à la sortie du barillet d'une petite cornue d'essai; on l'a fait passer successivement dans deux flacons de 1 litre, un flacon de 2 litres, un grand flacon de 8 litres et à travers une colonne de $0^m,70$ de long sur $0^m,06$ de diamètre, sans le priver encore complétement de matières goudronneuses.

» Par contre, on est arrivé à une condensation parfaite en faisant passer le gaz goudronneux par notre appareil, muni d'un trou d'échappement de $1\frac{1}{2}$ millimètre seulement de diamètre et placé dans deux petits flacons d'une contenance de 50 grammes seulement.

» Dans le cas où l'on trouverait avantageux d'opérer un second lavage eau avec certains liquides, pure, eau ammoniacale, etc., on introduirait dans l'appareil le liquide en question.

» On obtient de cette façon une action beaucoup plus énergique que celle qui est réalisée à l'aide du lavage dans les colonnes à coke (*scrubbers*). L'action ayant lieu sans contact de l'eau ammoniacale avec l'air extérieur, il n'y a pas à craindre la perte du pouvoir éclairant qui résulte de l'emploi de liquides qui ont pu échanger les principes éclairants tenus en dissolution (hydrogène, carbone, etc.) avec les éléments de l'air, dont l'action est si nuisible au pouvoir éclairant.

» Nous avons constaté qu'en faisant usage de matières divisantes très-ténues (grains de tessons de cornues), il fallait employer des flacons d'une capacité relativement très-grande pour obtenir la condensation de ces matières goudronneuses. On n'arrive pas à un résultat meilleur par le barbotage du gaz : il faut un grand nombre de passages successifs; les appareils doivent être assez grands et la pression totale absorbée est considérable.

» L'appareil, installé dans une usine de Paris, dont la production journalière atteint plus de 100000 mètres cubes de gaz, est venu démontrer

que le procédé dont nous venons de parler ne laisse rien à désirer sous le rapport pratique. Le gaz, après avoir traversé cet appareil, dont la capacité n'atteint pas 1 mètre cube ($0^m,880$ sur $0^m,490$), se trouve entièrement débarrassé des produits qui viennent détruire l'action des matières d'épuration, et l'on recueille, en même temps qu'une quantité de goudron qui atteint plus de $\frac{1}{40}$ de celle obtenue par la distillation de la houille, une forte quantité d'eau ammoniacale d'une richesse supérieure de plus du double à celle des eaux de condensation du gaz.

» Ajoutons que de nombreux essais photométriques nous ont démontré que le gaz n'avait rien perdu de son pouvoir éclairant.

» En dehors des applications indiquées précédemment, nous citerons encore l'élimination de l'eau entraînée mécaniquement par la vapeur produite dans les chaudières à vapeur et l'élimination des poussières, fumées entraînées par les gaz, ou vapeurs. »

M. Mannheim adresse, par l'entremise de M. Chasles, un Mémoire « Sur les surfaces trajectoires des points d'une figure de forme invariable, dont le déplacement est assujetti à quatre conditions. »

(Commissaires précédemment nommés : MM. Chasles, Bertrand, O. Bonnet.)

M. Delaurier adresse une Note relative à un projet de nouvelles pompes à incendie, permanentes.

L'auteur voudrait que l'on pût avoir de petites machines à vapeur locomobiles, fonctionnant d'une manière permanente pour les besoins de diverses industries, et, par suite, toujours prêtes à entrer en jeu, qu'on transporterait, en cas d'incendie, sur le lieu du sinistre.

(Commissaires : MM. Morin, Rolland, Tresca.)

M. A. Brachet adresse une nouvelle Note relative à des appareils électriques destinés à éclairer sous l'eau.

(Renvoi à la Commission du prix Trémont.)

M. Leprestre adresse un Mémoire destiné au Concours du prix de Mécanique, fondation Montyon (invention ou perfectionnement des instruments utiles aux progrès de l'Agriculture).

(Renvoi à la Commission.)

Un **Auteur**, dont le nom est contenu dans un pli cacheté, avec cet épigraphe : « Problema de motu trium Corporum sphæricorum, etc... », adresse un Mémoire destiné au Concours du Problème des trois Corps.

(Renvoi à la Commission.)

M. **Yof** adresse une Note relative à un procédé de destruction des insectes.

(Renvoi à la Commission du *Phylloxera*.)

M. **Erb** adresse une Lettre concernant ses Communications sur le choléra et sur le *Phylloxera*.

(Renvoi aux deux Commissions.)

M. A. **Beauvais** adresse un Mémoire concernant un système destiné à atténuer le danger des rencontres entre deux trains de chemin de fer.

(Renvoi à la Commission nommée pour ces questions.)

M. **Clément** adresse une Note relative à une méthode de préparation de l'onguent mercuriel.

(Renvoi à l'examen de M. Bussy.)

M. F. **Billet** prie l'Académie de comprendre parmi les pièces de Concours du prix Lacaze son « Traité d'Optique physique ».

(Renvoi à la Commission.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, trois brochures de M. *E. Nouel*, intitulées : « Note sur la trombe des Hayes, qui a traversé le Vendômois le 3 octobre 1871 » ; « Note sur le bolide du 23 juillet 1872, qui a projeté des météorites dans le canton de Saint-Amand », et « Les plantes de la guerre ; Note sur les plantes étrangères observées aux environs de Vendôme à la suite de la guerre de 1870-1871 ».

GÉOMÉTRIE. — *Sur les différentes formes de courbes du quatrième ordre.* Note de M. **H.-G. Zeuthen**, présentée par M. Chasles (1).

« Si les côtés d'un triangle *abc* sont des tangentes doubles d'une quartique (courbe du quatrième ordre), α_1, α_2; β_1, β_2; γ_1, γ_2 étant les points de contact, on sait, suivant le théorème de *Carnot*, que

$$\frac{b\alpha_1 . b\alpha_2}{c\alpha_1 . c\alpha_2}\,\frac{c\beta_1 . c\beta_2}{a\beta_1 . a\beta_2}\,\frac{a\gamma_1 . a\gamma_2}{b\gamma_1 . b\gamma_2} = \pm 1.$$

» Au cas du signe $+$, les points de contact se trouvent sur une même conique : $\frac{b\alpha_1 . b\alpha_2}{c\alpha_1 . c\alpha_2}$ sera $\lessgtr 0$, suivant que b et c *séparent* (2) α_1 et α_2 ou non. Par conséquent, si, dans le triangle formé de trois tangentes doubles d'une quartique, aucun des couples de points de contact n'est séparé par les sommets du triangle, ou si deux couples sont séparés, les six points de contact se trouvent sur une même conique.

» On démontre encore, sans difficulté, le théorème suivant :

» *Si, de quatre couples de points, toutes les combinaisons à trois se trouvent sur des coniques, les quatre coniques ainsi déterminées coïncident.*

» Au moyen de ces deux théorèmes, on peut trouver les différents groupes de quatre tangentes doubles à contact réel, dont les huit points de contact se trouvent sur des coniques.

» Il existe deux espèces de tangentes doubles à contact réel : 1° celles qui sont tangentes à une même branche douée d'un arc rentrant; 2° celles qui sont tangentes communes à deux branches différentes. Nous les appellerons tangentes doubles de la *première espèce* et de la *seconde espèce*. Le couple de points de contact d'une tangente double de la première espèce d'une quartique ne peut être séparé par les points d'intersection avec deux autres tangentes doubles; car alors une de celles-ci aurait une intersection avec la courbe. On voit ainsi que :

» *Tous les points de contact de tangentes doubles de la première espèce d'une quartique se trouvent sur une conique.*

---

(1) Ces questions se sont présentées dans un Mémoire fort important de l'auteur *Sur la théorie des deux caractéristiques, étendue aux courbes du quatrième ordre*, Mémoire écrit en danois, dont j'ai l'honneur de déposer un exemplaire de la part de l'auteur.

(2) Si b et c se trouvent sur un même des *deux* segments, l'interne et l'externe, interceptés sur la droite infinie $\alpha_1\alpha_2$ par les points α_1 et α_2, on dit qu'ils ne séparent pas ces points.

» Il s'ensuit qu'une quartique a, au plus, quatre tangentes doubles de la première espèce. *Elle ne peut donc avoir plus de quatre arcs rentrants, ni plus de huit inflexions réelles.*

» On trouve encore qu'*une quartique n'a aucune tangente double de la seconde espèce, dont les points d'intersection, avec trois tangentes doubles de la première espèce, se trouvent sur un seul des deux segments, interceptés par ses points de contact.* En effet, on aperçoit, sans difficulté (1), que, s'il y en avait, il existerait une (trois) autre tangente double de la seconde espèce, dont aussi un seul des deux segments interceptés par les points de contact serait rencontré par les trois tangentes doubles de la première espèce. Alors les points de contact de toutes ces cinq tangentes doubles se trouveraient sur une même conique, ce qui est impossible.

» En se rappelant encore qu'une quartique ne peut avoir des branches ouvertes (2) et qu'elle a, au surplus, quatre branches fermées, on trouve quelles sont les *différentes formes possibles de courbes du quatrième ordre.* Nous nous contenterons ici de nommer les formes présentant le nombre maximum d'arcs rentrants et de branches séparées; les autres résulteront de l'évanouissement d'arcs rentrants ou d'ovales. Nous appellerons *n-folium* une branche fermée, douée de *n* arcs rentrants. Une branche fermée, sans aucun arc rentrant, est un ovale. On trouve les formes suivantes :

» I. 1 *quadrifolium* et 2 ovales externes;

» II. 1 *quadrifolium* et 1 ovale interne;

» III. 1 *trifolium,* 1 *unifolium* et 2 ovales;

» IV. 2 *bifolia* et 2 ovales;

» V. 1 *bifolium,* 2 *unifolia* et 1 ovale;

» VI. 4 *unifolia.*

» Les règles nommées ci-dessus laissent douteux, pour les courbes douées de deux bifolia, si les quatre points de contact d'une de ces deux branches avec les tangentes communes à celle-ci et à l'autre *bifolium* se trouvent sur un même arc saillant ou deux sur l'un et deux sur l'autre des arcs saillants; mais le premier de ces deux cas est impossible, parce que

---

(1) S'il existe encore une tangente double de la première espèce, on aura immédiatement cinq tangentes doubles dont les points de contact devraient se trouver sur une même conique.

(2) Une branche est *ouverte* ou *fermée* suivant qu'elle rencontre une droite en un nombre impair ou pair de points. Nous ne parlons que de propriétés projectives, de façon que la position de la courbe, par rapport à la droite à l'infini, est indifférente.

alors les huit points de contact des quatre tangentes doubles de la première espèce auraient des positions qui ne peuvent se trouver sur une même conique.

» Toutes les six formes possibles que nous avons énumérées *existent*. En effet, elles se présentent comme des formes voisines de courbes composées de deux coniques, qui se rencontrent en quatre points réels (I, II et VI), *ou* de courbes composées d'une cubique et d'une droite qui en rencontre trois fois la branche ouverte (III, IV, V). Ces courbes voisines se représentent algébriquement par les équations

$$\varphi_2\psi_2 + k\chi_4 = 0,$$

et

$$\varphi_1\psi_3 + k\chi_4 = 0,$$

où les suffixes indiquent les ordres, k une constante convenablement petite. Les courbes voisines de deux coniques ont immédiatement quatre arcs rentrants; les courbes voisines de celles qui sont composées d'une cubique et d'une droite, seulement trois; mais on peut en donner à celles-ci un quatrième, en plaçant les quatre points d'intersection de la droite φ_1 et de la quartique (qui seront ceux de φ_1 et χ_4) entre deux points d'intersection de φ_1 et de la cubique ψ_3. On obtient les trois formes III, IV et V par les différents choix du segment intercepté sur φ_1 par ψ_3 où l'on place ces quatre points d'intersection. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la respiration des végétaux aquatiques immergés;* Note de MM. P. SCHUTZENBERGER et E. QUINQUAUD, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville.

« Le procédé de titrage à l'hydrosulfite, permettant de doser l'oxygène dissous dans 50 centimètres cubes d'eau, avec une approximation de $0^{cc},005$, et, par conséquent, de $0^{cc},1$ par litre, nous avons utilisé cette méthode pour étudier les phénomènes respiratoires des végétaux aquatiques immergés, et mesurer leur intensité dans diverses conditions. La rapidité des déterminations, qui n'exigent pas plus de trois à quatre minutes pour chacune, nous donnait le moyen de multiplier les expériences et d'établir les résultats énoncés dans cette Note sur une série de dosages dont le nombre ne s'élève pas à moins de 700.

« Nos expériences ont porté : 1° sur la levûre de bière; 2° sur une plante aquatique de la famille des Hydrocharidés, l'*Elodea canadensis*

(Mich), qui, par sa forme et sa résistance, se prête bien aux expériences quantitatives.

» La méthode consistait à laisser un poids connu du végétal, pendant un temps déterminé, en contact avec un volume connu d'eau, dans les conditions où l'on veut se placer. Les degrés oxymétriques de l'eau sont mesurés au début et à la fin de l'expérience. Leur différence donne l'oxygène absorbé ou dégagé. Dans les expériences où il y a dégagement d'oxygène, le degré oxymétrique initial doit être inférieur au point de saturation de l'eau, et l'essai ne doit pas durer assez de temps pour que la saturation puisse être atteinte, pour éviter le dégagement de bulles gazeuses.

» Levure. — La levûre de bière n'offre que le phénomène d'absorption d'oxygène, avec production d'acide carbonique. Toutes choses égales d'ailleurs, l'intensité respiratoire est la même dans l'obscurité, à la lumière diffuse et à la lumière directe; elle est proportionnelle au poids de la levûre employée. La dose initiale d'oxygène dissous n'influe sensiblement sur les résultats que lorsqu'elle descend au-dessous de 1 centimètre cube par litre. On constate, dans ce cas, une faible diminution dans le pouvoir absorbant; celui-ci ne s'épuise que lorsque l'eau est complétement désoxygénée. La respiration de la levûre est d'autant moins active que celle-ci est plus altérée et plus ancienne.

» Au-dessous de 10 degrés C., le pouvoir absorbant est à peu près nul; il s'accroît lentement jusqu'à 18 degrés; à partir de là, l'accroissement est rapide jusque vers 35 degrés, température à laquelle l'intensité respiratoire atteint un maximum qui se maintient sensiblement jusqu'à 50 degrés; à 60 degrés, le pouvoir absorbant est annulé et détruit.

» Une levûre sensiblement fraîche, contenant 26 pour 100 de matière sèche, a absorbé, par gramme et par heure : à 9 degrés, $0^{cc},14$ d'oxygène; à 11 degrés, $0^{cc},42$; à 22 degrés, $1^{cc},2$; à 33 degrés, $2^{cc},1$; à 40 degrés, $2^{cc},06$; à 50 degrés, $2^{cc},4$; à 60 degrés, $0^{cc},0$.

» Une autre levûre, de très-belle apparence, très-fraîche, contenant 30 pour 100 de matière sèche, a absorbé, par gramme et par heure : à 24 degrés, $2^{cc},2$ d'oxygène; à 36 degrés, $10^{cc},7$. L'augmentation du pouvoir absorbant entre 24 degrés et 36 degrés a donc été plus considérable qu'avec la première levûre; le pouvoir absorbant est doublé dans l'un des cas et quintuplé dans l'autre.

» Elodea canadensis. — Comme toutes les plantes à chlorophylle, elle offre les deux respirations . 1° absorption d'oxygène et production d'acide carbonique; 2° dégagement d'oygène sous l'influence de la lumière.

» Ayant reconnu que la plante chauffée dans l'eau, entre 45 degrés et 50 degrés, perd complétement la faculté de décomposer l'acide carbonique et de dégager de l'oxygène sous l'influence de la lumière, sans que son pouvoir absorbant pour l'oxygène soit modifié, nous avons pu nous assurer nettement que l'absorption de l'oxygène avec production d'acide carbonique continue à la lumière, avec la même intensité que dans l'obscurité, et est le résultat d'une fonction végétale indépendante, qui marche parallèlement à la respiration dite *diurne* (dégagement d'oxygène).

» La marche des phénomènes d'absorption d'oxygène est tout à fait la même que pour la levûre; mais, à poids égaux, l'intensité est environ dix fois moindre. Ainsi, à 24 degrés, 10 grammes de plantes absorbent par heure $1^{cc},2$ à $1^{cc},8$ d'oxygène; à 40 degrés, 10 grammes de plante absorbent par heure $4^{cc},0$ à $4^{cc},5$ d'oxygène.

» Ici encore la dose initiale d'oxygène n'a d'influence que si elle s'abaisse au-dessous de $1^{cc},0$ par litre.

» A mesure que la plante, privée de ses racines, s'affaiblit, le pouvoir absorbant baisse en intensité et finit par devenir nul. A ce moment la plante se fane et se désagrége.

» *Dégagement d'oxygène à la lumière.* — Avec de l'eau distillée exempte d'acide carbonique, le dégagement d'oxygène, sous l'influence de la lumière directe, est très-faible pendant la première heure d'insolation : $0^{cc},6$ à $0^{cc},8$ pour 10 grammes de plante; puis il s'arrête complétement. Cet oxygène doit provenir de l'acide carbonique tenu en réserve dans la plante.

» Avec des mélanges en proportions croissantes d'eau distillée, saturée d'acide carbonique (à la pression normale) et d'eau distillée pure, on a trouvé pour l'oxygène dégagé pendant une heure, par 10 grammes de plante (1) :

	Oxygène dégagé.
	cc
1° Eau pure non carbonique	1,0
2° Eau pure + 2,5 pour 100 d'eau saturée de CO^2	13,2
3° » + 5 à 10 pour 100 »	20,0
4° » + 20 à 30 pour 100 »	13,0
5° » + 40 pour 100 »	10,0
6° Eau saturée d'acide carbonique	3,0

(1) Les expériences d'insolation sont calculées pour une heure; mais leur durée n'était que de quinze minutes, et l'on évitait l'élévation de température au moyen d'un manchon d'eau froide. L'insolation a toujours été faite avec un ciel pur, sans nuages.

» L'eau de fontaine du laboratoire, contenant 21 centimètres cubes par litre d'acide carbonique combiné sous forme de bicarbonate de chaux et très-peu d'acide carbonique libre, a donné, pour 10 grammes de plante, pendant une heure, $4^{cc},0$ d'oxygène. La même eau, préalablement désoxygénée par un séjour de quelques heures dans l'obscurité, en contact avec la plante, a donné, par heure, pour 10 grammes de plante, 12 à 13 centimètres cubes d'oxygène; cette expérience montre que, pendant cette désoxydation, il se produit de l'acide carbonique libre, et que la décomposition de l'acide carbonique est plus active lorsque cet acide carbonique est libre que lorsqu'il est combiné au carbonate de chaux. Un excès d'acide carbonique affaiblit et annule même le phénomène, comme le montre le tableau précédent.

» En laissant un excès de plante immergée au soleil pendant une heure ou deux, on obtient, alors qu'il se dégage de nombreuses bulles de gaz, un liquide sursaturé d'oxygène, pouvant contenir, à 35 degrés, jusqu'à 20 centimètres cubes d'oxygène par litre. Cette eau sursaturée, séparée de la plante, ne perd son excès d'oxygène dissous qu'avec une lenteur remarquable. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur la structure des ganglions cérébroïdes du* Zonites algirus. Note de M. **H. Sicard**, présentée par M. Milne Edwards.

« Chez le *Zonites algirus*, comme chez les autres Gastéropodes, les ganglions cérébroïdes ou sus-œsophagiens sont loin d'avoir une composition simple et homogène. Ils sont au nombre de deux et unis par une commissure, ainsi que le dit Van Beneden dans son Mémoire de l'anatomie de l'*Helix algira;* mais, examinés de plus près, ils donnent lieu à d'intéressantes observations.

» Si l'on considère la face supérieure de la masse cérébroïde, on voit, sur la ligne médiane, la commissure, de couleur jaune, et, de chaque côté, les ganglions qui sont symétriques et incolores. Ce sont deux corps de forme allongée, concaves sur leur bord externe et convexes sur leur bord interne, lequel est en rapport avec la commissure médiane. Ces ganglions présentent donc la figure d'un croissant, largement ouvert, à concavité externe; mais, dans la moitié antérieure de cette concavité, on voit saillir une petite masse nerveuse, de même forme que la corne postérieure du croissant, et s'atténuant à son extrémité pour donner naissance au cordon latéral antérieur qui unit le ganglion cérébroïde aux ganglions sus-œsophagiens, tandis que le

cordon postérieur est formé par le prolongement de la corne postérieure. Ce lobule placé dans la concavité du croissant peut être appelé *lobule moyen* ou *corne moyenne;* il paraît être sur un plan un peu inférieur. La corne antérieure du croissant ganglionnaire est terminée par une extrémité mousse et arrondie.

» Examinés par leur face inférieure, les ganglions offrent un autre aspect: ils se présentent en forme de fer à cheval et sont accolés par leur convexité, le dos du fer à cheval correspondant à la ligne médiane. En avant et en arrière, dans l'angle que forment les bords disposés ainsi en x, on aperçoit la commissure, qui occupe à la face supérieure toute la région moyenne. Enfin, en avant de chaque ganglion, on remarque un petit lobe saillant arrondi qui donne naissance, par son bord interne, au nerf tentaculaire. Ce lobule ne paraît pas être tout à fait sur le même plan que la face inférieure des ganglions, et il n'est autre que la corne antérieure du croissant que nous avons décrit à la face supérieure. Des deux branches du fer à cheval qui se montre à la face inférieure, la première, ou antérieure, correspond au lobule que nous avons qualifié de moyen, et la seconde, ou postérieure, correspond à la corne postérieure du croissant.

» Comment peut-on se rendre compte de cette diversité d'apparence des deux faces supérieure et inférieure? Chaque ganglion forme en arrière une masse unique qui se termine par la corne postérieure et, en avant, il présente deux extrémités, l'une qui continue sa face inférieure et se recourbe assez brusquement, de sorte que cette face a l'aspect d'un fer à cheval; l'autre qui continue sa face supérieure et, décrivant une courbe beaucoup plus ouverte, occupe une position antérieure à l'autre, en même temps qu'elle est sur un plan un peu supérieur.

» Le lobule antérieur est le lieu d'origine des trois nerfs tentaculaire ou olfactif, optique et acoustique, et constitue, par conséquent, une région distincte par ses attributions physiologiques. M. de Lacaze-Duthiers a déjà indiqué que, dans les centres sus-œsophagiens des Gastéropodes, il y a des lobes ayant une structure particulière et un rôle physiologique différent. C'est ainsi que l'éminent professeur a constaté, dans certains Gastéropodes pulmonés aquatiques (Physes, Lymnées, etc.), l'existence d'un lobule hémisphérique saillant placé un peu latéralement sur la face postérieure du centre sus-œsophagien et formant le lieu d'origine commun aux trois nerfs olfactif, acoustique et optique; aussi l'a-t-il appelé *lobule de la sensibilité spéciale*.

» On voit que, dans l'espèce qui nous occupe, l'analogue de ce lobule

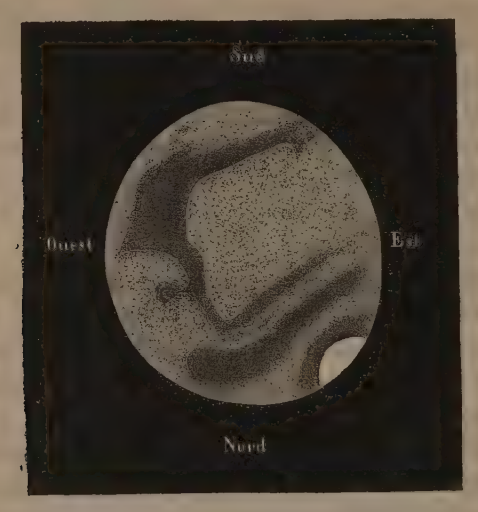
est celui que nous avons désigné comme antérieur à cause de sa position qui est un peu différente; en effet, de ce lobule partent les mêmes nerfs sensitifs, et nous verrons qu'il se distingue, en outre, par sa structure, des autres parties du cerveau.

» Nous avons dit quelle était l'origine des deux cordons latéraux de communication qui naissent, l'un du lobule moyen, l'autre du lobule postérieur du ganglion. L'examen de ces cordons nous a fait reconnaître un fait intéressant en ce qu'il infirme une règle donnée jusqu'ici comme générale : c'est que les nerfs partent toujours des ganglions, jamais des cordons qui les unissent. Or nous avons constaté que, du cordon latéral postérieur, se détachait un filet nerveux très-long et très-grêle qui, se dirigeant en arrière, va se rendre à la face inférieure du muscle rétracteur de la masse buccale. Nous nous sommes assuré par l'examen microscopique que ce même filet nerveux, dont nous n'avons trouvé l'existence mentionnée nulle part, provenait, par une double origine, du cordon latéral postérieur.

» L'étude histologique montre que les ganglions sont composés de cellules nerveuses et d'éléments fibrillaires. Les cellules, le plus souvent unipolaires, sont quelquefois munies de deux ou de plusieurs prolongements; elles sont remarquables par les dimensions considérables qu'elles peuvent atteindre; elles sont constituées par une petite masse de protoplasma, contenant de nombreuses granulations, et par un noyau volumineux qui renferme lui-même un ou parfois plusieurs nucléoles. Le centre des ganglions est formé de fibrilles entre-croisées qui ne sont autre chose que les prolongements des cellules ganglionnaires placées à la périphérie. Le lobule de la sensibilité spéciale se compose d'éléments qui se différencient de ceux que l'on rencontre dans les autres parties des centres nerveux. Ici les cellules, à l'opposé de celles dont nous avons parlé, ont un très-petit volume; leur diamètre atteint à peine $0^{mm},01$, tandis qu'ailleurs il mesure jusqu'à $0^{mm},10$; elles sont incolores et à contours très-pâles. Leurs prolongements, très-ténus, ne sont pas faciles à apercevoir, à cause de la facilité avec laquelle ils se rompent. Ils servent à former les filets nerveux ou à faire communiquer entre elles les cellules voisines. Nous en avons observé qui étaient ainsi reliées l'une à l'autre. La structure particulière de ce lobule confirme donc la distinction que nous en avons faite plus haut, à l'exemple de M. de Lacaze-Duthiers, en nous basant sur l'origine que les trois nerfs de la sensibilité spéciale, à l'exclusion de tous les autres, tirent de cette région. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la planète Mars;* par M. C. **Flammarion.**

« Pendant la période d'opposition qui vient de s'écouler, la planète Mars nous a présenté son hémisphère septentrional, qui est moins connu que son hémisphère sud. Le pôle nord, fortement incliné vers nous, se décèle lui-même par une tache blanche très-brillante qui, dans certaines conditions de transparence atmosphérique, semble *dépasser* le contour du disque.



Vue de la planète Mars, le 29 juin 1873, à 10 heures du soir.

» Cette calotte polaire n'est pas actuellement très-étendue; elle offre parfois à l'œil l'impression d'un *pois* blanc qui scintillerait sur le limbe inférieur du disque, et sa position indique que le pôle se trouve à environ 40 degrés de l'extrémité inférieure du diamètre vertical, dans la direction de l'est (image renversée dans la lunette astronomique). Les neiges polaires boréales ne s'étendent pas actuellement au delà du 80e degré de latitude aréographique. On sait qu'elles couvrent parfois une étendue beaucoup plus considérable, puisque, dans certaines années, elles ont dépassé le 60e degré. Les variations des neiges australes sont plus grandes encore.

» Il y a très-probablement une mer polaire autour du pôle nord, car une tache sombre y est constamment visible, quelle que soit la face que la rotation de Mars amène devant nous. Cette mer polaire paraît s'étendre jusque vers le 45e degré de latitude, et même au delà, en certains points;

mais elle doit être partagée en deux par une langue de terre qui s'étendrait du 65e au 75e degré. Quelle que soit cette terre intermédiaire, que l'on distingue à peine, la mer s'étend, d'une part jusqu'à la glace, c'est-à-dire jusqu'au 80e degré au moins, et, d'autre part, jusqu'au 45e.

» Une méditerranée longue et étroite court du nord au sud, et rejoint une vaste mer qui s'étend au delà de l'équateur dans l'hémisphère sud. Entre l'extrémité septentrionale de cette méditerranée et la mer boréale dont je viens de parler, il y a une autre énigme. Ordinairement cette méditerranée, cette passe, semble réunir les deux taches. Parfois on croit distinguer à l'extrémité septentrionale une solution de continuité, et même un retour à angle droit. Ce détail n'empêche pas la physionomie générale d'être telle qu'elle vient d'être décrite : *pôle nord* marqué par une petite tache très-blanche; *mer boréale* s'étendant dans le sens des latitudes; *large filet d'eau*, s'étendant dans le sens des longitudes, et *mer australe* considérable.

» Mars est actuellement dans la saison d'automne de son hémisphère nord. La plus grande partie des neiges polaires boréales sont fondues, tandis qu'elles s'amoncellent autour du pôle austral, invisible pour nous. La région sud est visiblement marquée d'une traînée blanche près des bords. Est-ce la neige qui descendrait jusqu'au 40e degré de latitude sud? Il est plus probable que ce sont des nuages.

» L'étude détaillée de la planète montre que sa surface est bien différente de la surface terrestre, au point de vue du partage des terres et des mers. Chez nous, les trois quarts du globe sont couverts d'eau; sur Mars, au contraire, il y a plus de surface continentale que de surface maritime. Toutefois, l'évaporation y produit des effets analogues à ceux qui constituent la météorologie terrestre, et l'analyse spectrale montre que l'atmosphère de Mars est chargée de *vapeur d'eau* comme la nôtre, et que ces mers, ces neiges, ces nuages sont réellement composés de la même eau que nos mers et nos météores aqueux.

» Il m'a semblé que la coloration rouge des continents est moins intense cette année qu'en général. On a souvent discuté la cause de cette coloration, et d'abord on l'a attribuée à l'atmosphère; mais cette explication a été rejetée, depuis qu'il a été constaté que les bords du disque de la planète sont moins colorés que le centre; ils sont presque blancs. Ce serait le contraire, si la coloration était due à l'atmosphère, car elle croîtrait en raison de l'épaisseur d'atmosphère traversée par les rayons réfléchis. Est-elle due à la couleur des matériaux constitutifs de la planète? On

pourrait l'admettre, si des raisonnements d'analogie ne nous engageaient à penser que les continents de Mars n'ont pu rester à l'état de déserts stériles, mais que, sous l'influence de l'atmosphère, des pluies, de la chaleur fécondante du Soleil et des éléments qui ont amené sur la Terre la production du monde végétal, ils ont dû se recouvrir aussi d'une *végétation quelconque,* en rapport avec l'état physique et chimique de cette planète. Or, comme ce n'est pas l'intérieur du sol que nous voyons, mais la surface, la coloration rouge doit être celle de la végétation de Mars, quelle que soit d'ailleurs l'espèce de végétation qui s'y produise. Il est vrai que, quoique les saisons de Mars soient à peu près de même intensité que les nôtres, on ne voit pas de variations de nuances correspondant à celles que l'on observe avec les saisons sous nos latitudes terrestres; mais la végétation qui tapisse la surface de Mars peut être fort différente de la nôtre et subir moins de variations dans le cours de l'année."

» Quoi qu'il en soit, les études faites sur cette planète voisine sont assez nombreuses maintenant pour nous permettre de nous former une idée générale de sa géographie et même de sa météorologie. On peut résumer comme il suit les faits qui semblent désormais acquis à l'Astronomie physique sur la connaissance de cette planète.

» 1° Les régions polaires se couvrent alternativement de neige suivant les saisons et suivant les variations dues à la forte excentricité de l'orbite; actuellement les glaces du pôle nord ne dépassent pas le 80e degré de latitude;

» 2° Des nuages et des courants atmosphériques y existent comme sur la Terre; l'atmosphère y est plus chargée en hiver qu'en été;

» 3° La surface géographique de Mars est plus également partagée que la nôtre en continents et en mers; il y a un peu plus de terres que de mers;

» 4° La météorologie de Mars est à peu près la même que celle de la Terre; l'eau y est dans le même état physique et chimique que sur notre propre globe;

» 5° Les continents paraissent recouverts d'une végétation rougeâtre;

» 6° Enfin les raisons d'analogie nous montrent sur cette planète, *mieux que sur toute autre,* des conditions organiques peu différentes de celles qui ont présidé aux manifestations de la vie à la surface de la Terre. »

PHISYQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau système de télégraphie pneumatique.* Note de MM. **D. Tommasi** et **R.-F. Michel**, présentée par M. Faye.

« Le nouveau système de télégraphie pneumatique que nous avons l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie consiste dans la substitution du gaz ammoniac à l'air comprimé ou raréfié, pour le transport des boîtes renfermant les dépêches télégraphiques.

» Pour obtenir ce résultat, nous nous servons du procédé suivant :

» Un ensemble de boîtes, entrant à frottement dans des tubes métalliques et renfermant les objets à transporter à distance, sont engagés à l'une des extrémités du tube : au lieu de les pousser au moyen de l'air comprimé ou de les aspirer en faisant le vide devant eux, au moyen d'une chute d'eau ou d'une machine à vapeur, nous poussons ce train de boîtes au moyen du gaz ammoniac comprimé à une pression suffisante, et en même temps nous les aspirons au moyen du vide produit par suite de l'absorption du gaz ammoniac par l'eau. Le gaz que nous employons, nous le faisons dégager sous l'influence de la chaleur de sa solution dans l'eau. C'est également par l'eau que nous l'absorbons. Par suite de ces absorptions et dégagements successifs, c'est toujours le même gaz ammoniac qui est employé à pousser ou à attirer le train de boîtes. Les deux opérations se faisant simultanément, les tubes se trouveront toujours remplis de gaz ammoniac.

» Les appareils, à chaque bout de la ligne et dans chaque station intermédiaire, consistent essentiellement en deux récipients ou chaudières A et B; l'une des deux A est remplie, jusqu'à une certaine hauteur, d'une solution saturée de gaz ammoniac, chauffée à une température constante, suffisante pour faire dégager le gaz qui se comprime dans un récipient à soupape situé à la partie supérieure de la chaudière A. Le gaz ammoniac, avant de se rendre dans les tubes, traverse un long cylindre renfermant de la chaux vive qui le dessèche complétement. L'autre chaudière B est remplie d'une certaine quantité d'eau à la température ordinaire ou refroidie pour absorber le gaz ammoniac qui se trouve au devant du train, et produire l'effet d'aspiration nécessaire.

» Lorsque l'eau contenue dans le récipient B est devenue, par suite de ces aspirations successives, saturée de gaz ammoniac, et que, conséquemment, la chaudière A a perdu son gaz au moins en grande partie, nous

laissons refroidir la chaudière A, et nous élevons la température de la chaudière B, de façon à utiliser toujours la même quantité de gaz.

» Quant aux dispositions pratiques de l'appareil, nous les décrirons dans une Notice que nous aurons bientôt l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie. »

M. **Martha-Becker** adresse une Note concernant l'influence des courants aériens sur les hivers des régions tempérées. Les hivers atteindraient leur maximum de sécheresse et de froid lorsque le contre-courant, venant du nord, atteint son maximum de déviation à l'est.

« M. **Bertrand** présente, au nom de M. le général *Noizet*, un Ouvrage intitulé « Mélanges de Philosophie critique ».

» La plupart des questions traitées dans ce livre sortent du cercle habituel des travaux de l'Académie. M. Bertrand, cependant, a accepté avec grand plaisir la mission de le présenter à ses confrères. Le général Noizet, en effet, est bien connu de l'Académie des Sciences, et il parle la langue rigoureuse et précise qu'on aime à y entendre. Ancien élève de l'École Polytechnique, ancien professeur à l'École d'Application de Metz et, pendant plusieurs années, membre très-actif du Conseil de Perfectionnement de l'École Polytechnique, il a porté dans ses études philosophiques l'esprit pénétrant et élevé que plusieurs de nos confrères, ses anciens collègues, ont eu plus d'une fois l'occasion d'apprécier. »

« M. **Bertrand** présente, au nom de M. *Darboux*, un Ouvrage intitulé : *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques*, et sur la *théorie des imaginaires*.

» Cet Ouvrage, présenté manuscrit à l'Académie en 1869, avait été lu et examiné par les commissaires désignés par elle. MM. Serret, Bonnet et Bertrand s'étaient trouvés d'accord pour en reconnaître l'importance et le très-grand intérêt.

» La publication du travail, développé et étendu par de précieuses additions, ne permettant plus qu'il soit fait de Rapport, M. Bertrand se borne à le signaler à l'attention des géomètres. »

« M. **Larrey** présente, de la part de M. le Directeur général du Service de santé de l'armée anglaise, le XIIIe volume des *Rapports du département médical de l'armée*, *pour l'année* 1871, comprenant, comme chacun des vo-

lumes de la collection, l'état général de la santé des troupes dans le Royaume-Uni, l'ensemble des maladies, les tableaux de mortalité, les questions du recrutement, etc., puis les états spéciaux du même ordre parmi les troupes de la Méditerranée, du Canada, des Bermudes, des Indes et de l'Afrique Occidentales, du cap de Bonne-Espérance, de Sainte-Hélène, et de Ceylan, de la Chine, du Japon, et des troupes d'Europe servant dans l'Inde.

» L'Appendice, formant la moitié de ce volume, contient aussi un grand nombre de rapports et de documents scientifiques sur l'Hygiène, la Médecine et la Chirurgie, ainsi que des extraits et des tableaux de Statistique. »

M. **Chasles** présente à l'Académie :

1° Les numéros d'avril à août 1873, t. IV et V du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* de la Section mathématique des Hautes-Études, rédigé par MM. *Darboux* et *J. Hoüel;* ces livraisons renferment, indépendamment d'une Revue bibliographique, l'indication des Mémoires des Sociétés savantes et autres publications périodiques, puis une analyse de divers Ouvrages ;

2° La troisième livraison du *Bulletin de la Société mathématique de France*, publié par les secrétaires de la Société, MM. *Brisse* et *Laguerre;*

3° De la part de M. le prince *Boncompagni*, les livraisons de septembre, octobre et novembre du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche;* les deux premières renferment une traduction en italien de l'important Ouvrage écrit en allemand par M. le Dr Erm. Hankel, *Sur l'Histoire des Mathématiques chez les Arabes;* la livraison de novembre est consacrée au même sujet : ce sont des extraits d'un Ouvrage inédit de *Bernardino Baldi*, *De le Vite de' Matematici*, en la possession de M. le prince *Boncompagni;* ces extraits sont accompagnés de Notes de M. *Steinschneider;*

4° De la part de M. *D. Chelini*, un exemplaire d'un Mémoire écrit en italien, *Sur l'interprétation géométrique de la science de l'étendue, du mouvement et des forces;*

5° De la part de M. *H.-G. Zeuthen*, un Mémoire, en langue danoise, intitulé : *Recherche des propriétés générales des systèmes de courbes planes, suivie d'une application à la détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires du quatrième ordre.* Kjobenhaven, 1873; in-4°;

6° De la part de M. *É. Weyr*, les cinq premiers numéros d'une pu-

blication, en langue tchèque, de la Société mathématique de Prague, 1872; et divers Mémoires mathématiques de M. E. Weyr;

7° De la part de M. *Painvin*, deux Ouvrages *Sur la surface développable circonscrite à deux surfaces du second ordre,* et divers autres Mémoires mathématiques.

A 5 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures un quart. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 28 juillet 1873, les ouvrages dont les titres suivent :

Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et sur la théorie des imaginaires; par M. G. DARBOUX. Paris, Gauthier-Villars, 1873; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bertrand.)

Mélanges de philosophie critique; par le général NOIZET. Paris, H. Plon, 1873; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bertrand.)

Nouvelles Tables donnant, avec cinq décimales, les logarithmes vulgaires et naturels des nombres de 1 *à* 10800, *et des fonctions circulaires et hyperboliques pour tous les degrés du quart de cercle de minute en minute; par* le major Wladimir VASSAL. Paris, Gauthier-Villars, 1872; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Bertrand.)

(*La suite du* Bulletin *au prochain numéro.*)

ERRATA.

(Séance du 21 juillet 1873.)

Page 170, ligne 18, *au lieu de* tH, *lisez* tH'.

Page 172, ligne 32, *au lieu de* très-facile avec un verre de montre peu bombé, dans lequel le rapport $\frac{h}{R}$ était de $\frac{1}{30}$. Il n'y a pas..., *lisez* très-facile. Avec un verre de montre peu bombé, dans lequel le rapport $\frac{h}{R}$ était de $\frac{1}{30}$, il n'y a pas....